

ዘሮ ማለት የአህዝ ዋየል ወይም ምላላድ፣ ወሳጤ ፍቅድ
ወመፈድፍድ ማለት ነው። ብቻውን ሲኾን ባዶ ማፈ፣
አህዝ ሲከተለው አብዣር፤ ጥሬነቱም ዘረውንና ዘርዘረን ይመስላል።

—አሰቃ፡ ኪዳነ ወፊድ ክፍሌ (አሊ. ፲፱፻፵፭)

ዳባ የለበሰ፣ አቆማዳ የያዙ፣
በትረ-አርን፣ መቋሚያ፣ የተመረኮዙ፣
ከክ የወረሳቸው፣ ከቶ አማሳውቃቸው፣
በድምፁ ተሰሙኝ፣ በዓይኖቹ አልፈው ታዩኝ፣
ደሙ የቆረቆዘ፣ ወዙ የቆረቆዘ፣
በትረ-አርን፣ መቋሚያ፣ የተመረኮዘ፣
ዳባ የለበሰ፣ አቆማዳ የያዘ፣
ፊብሱ የታረዘ። ዳባ ያጠለቀ፣
በርኖስ ያጠለቀ፣ ለከካም ተማሪ፣
እንጆኑ የራቀው፣ በራብ የደቀቀ፣
ታየኝ በአንባቢው ዓይን፣ ግጥሙን ሲደረደር፣
በድምፁ ተሰማኝ፣ ሳመኝ በሱ ከንፈር።

—ፀጋዩ ገብረ መድኅን፤ ለከካም ተማሪ (አሊ. ፲፱፻፷፯)

ምእራፍ 6

የሂሳብ አፃፃፍ

አ ሃ! ተክ ሂሳብ ሲባል ጠባዩ ይቀየራል። ይሽከረመማል ወይም ያከርፋል። ሳይሆን ፊደላትን እንደወትሮ ማሰብ አቁሞ አንደ ምልክት ይወስዳቸዋል። ስድ ንባብ ለማንጠፍ ይጠቀመው የነበረውን የውስጥ ደንብ ይቀይራል። ይህንን አመሱን የሚፃረር ትእዛዞችን አይቀበልም።

መጀመሪያ የብር ምልክት “\$” ሲያነብ በቀጥታ ባህረውን ቀይሮ የሂሳብ ስልት ስር ይገባል። ቀጥሎ ከ\$ የሚከተለውን ፅሁፍ በሂሳብ መልክ ይሰድራል። ሁለተኛ የብር ምልክት “\$” እስኪያነብ ድረስ ባህረውን አይቀይርም። ይህ በዚህ እንዳለ \$\\\$25\$ ቢሰጠው ቀደም ብሎ በተጠቀሰው ያሰራር ዘዩው መሰረት እንዲህ $\sqrt{25}$ ስድሮ ያልፋል። አስታውሱ፡ የብር ምልክት አጥር ማለት ነው። የሂሳብ ፅሁፎች በብር ምልክት የገድ መታጠር አለባቸው። ምክንያቱን ወደፊት እንመለከታለን።

$$\$u + v = \$$$

$$\$u - v = \$$$

$$\$u \backslash \text{ሲባዛ} \quad v = \$$$

$$\$u \backslash \text{ተየመጫፀ} \quad v \backslash \text{ሲደኘተ} \quad \$$$

$$\$u \backslash \text{ሰየረሰ} \quad v \backslash \text{በሸሰላጫተ} \quad \$$$

$$\$u \backslash \text{ሰሸፕ} \quad v \backslash \text{ሰሸፕ} \quad \$$$

$$\$u = v > \$$$

$$\$u := v$$

$$u + v =$$

$$u - v =$$

$$u \times v =$$

$$u \times v \cdot$$

$$u \circ v \bullet$$

$$u \cup v \cap$$

$$u = v >$$

$$u := v$$

ተክ መሉ የሂሳብ ምልክቶች አሉት። በደፊና አነጋገር ሳይንስ ነክ ፅሁፎችን

ለመፃፍ የሚያስችል ብቃቱ አያጠራጥርም ። አንዳንድ ምልክቶች ከዚህ በላይ የታዩት ናቸው ።

የሂሳብ ምልክቶች በሙሉ በኪቦርድ ቁልፍ አይወከሉም ። በሰዚህ ቁልፍ የሌላቸውን ምልክቶች ለማስገባት ስማቸውን በትእዛዝ መልክ እንጠቀማለን ። ተከ ስማቸው አንደ ትእዛዝ በትክክል ከቀረበ ምልክቶቹን ያለ ውጣ ውረድ ይገነዘቡ ባቸዋል ። የኮምፒውተሮችሁን ኪቦርድ ብትመለከቱ የ“÷” እና “×” ምልክቶች አታገኙም ። በሰሆንም ስማቸውን መጠቀሙ አጭርና ግልፅ መንገድ ነው ። እንበል “2 ሲባዛ ባሰር ሲካፈል በ4 እምስት ይመጣል” የተሰኘውን ሀረግ ወደ ሂሳብ ለመስወጥ \$2 \setminus \text{ሲባዛ } 10 \setminus \text{ሲካፈል } 4 = 5\\$ እንፅፋለን ። የተሰጠውን ሀረግ ከሂሳቡ አቀራረብ ጋር ስናነፃፅር እጅግ በጣም ይመሳሰላል ። ለማስታወስ እያዳፃም ። ከዘወትር እነ-ጋገራችን ጋር ይዛመዳል ።

በተመሳሳይ የግሪክ ፊደላት በኪቦርድ ውስጥ ስለሌሉ በስማቸው ለመጥራት እንገደዳለን ። በመሆኑም “ $\alpha, \theta, \epsilon, \phi$ ” ወዘተ ለመፃፍ በስማቸው እንዲህ ብለን \$ \setminus \rho\$, $\setminus \theta$, $\setminus \alpha$ ጥሰላን, $\setminus \phi$ እንሄዳለን ።

እንበል ተከ 10^{10} ወይም $((10)^2)^2$ እንዲፅፍ እንፈልጋለን ። የትኛቹ ምልክቶች ናቸው ርቢውን ከመሰረቱ የሚያያይዙት? በውነቱ መልሱ ቀላል ነው ። የመጀመሪያው $\$10^{\wedge}\{10\}$ ሲሆን የሚቀጥለው ደገሞ $\$((10)^{\wedge}\{2\})^{\wedge}2$ ነው ። ወይም፦

$\$2^{\wedge}2\$$	2^2
$\$2+2^{\wedge}2\$$	$2 + 2^2$
$\$2^{\wedge}2+2^{\wedge}2=?\$$	$2^2 + 2^2 = ?$
$\$2 \setminus \text{ላለል } 2^{\wedge}2\$$	$\frac{2}{2^2}$
$\$1 \setminus \text{ላለል } \{2^{\wedge}2+2^{\wedge}2\}\$$	$\frac{1}{2^2+2^2}$
$\$8^{\wedge}2+15^{\wedge}2=17^{\wedge}2\$$	$8^2 + 15^2 = 17^2$
$\$5,5^{\wedge}2,5^{\wedge}3,5^{\wedge}4,5^{\wedge}5,5^{\wedge}6\$$	$5, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 5^6$

ገር የሚያስኝ ነገር አለ? ልብ አድርገህ ‘()’ እንዲሁም ‘{ }’ ምልክቶች ሞያ መርምር ። ለፎርሙላ አፃፃፍ ዘለበት ናቸው ።

ማስጠንቀቂያ፦ ከሞላ ጉደል ሂሳብ ለመፃፍ የምንጠቀምባቸው ትእዛዞች የተከ ንብረቶች ናቸው ። ምንም እንኳን እርሳቱ የራሱ የሆነ ያሰራር ዘይቤ ቢያቀርብም ከተከ የቀለለ ነው ለማለት እጅግ ያስቸግራል ። በዚህ ፀሀፊ አመለካከት የሂሳብ ፅሁፍን በሚመለከት ከተከ ጋር መጣበቁ ልማቱ ያመዝናል ። እርሳቱ የተከን የሂሳብ ትእዛዞች ከሞላ ጉደል ያከብራል ። የራሱን በመተካት የማያከብራቸው የተወሰኑ ትእዛዞች አሉ ። ይህንን ሁኔታ እንዳስፈላጊነቱ በቦታው አናነባለን ።

6.1 የሂሳብ አፃፃፍ ቅኝቱ

የተከሰተ ሂሳብ ቤት የባለብዙ ምልክቶች ሀብታም ነው ቢባል በህተት አይሆንም። ምናልባት ማንኛውንም የሂሳብ መፅሀፍ ለመፃፍ የሚያስችል የቁጥር ምልክቶች፣ የግሪክ ፊደላት፣ የፎርሙላ ምልክቶች አሉት።

• የቁጥር ምልክት ቢባል $- + \times \div$ ናቸው።

• የግሪክ ምልክቶች $\alpha, \theta, \rho, \pi$ እና የመሳሰሉትን ይጨምራል።

• የፎርሙላ ምልክቶች $\sum_{n=1}^m$ አንዲሁም $\int_0^{\frac{\pi}{2}}$ እና የመሳሰሉትን ይመለከታል።

መሰረታዊ የሆነውን ፊደል በሚመለከት ሁለት አማራጮች ለፀሀፊው ቀርበዋል። የሂሳብ ፅሁፉ በግልጽ ፊደል ከሆነ የሚፃፈው የሰነዱ አይነት ቢገለፅ ለምሳሌ የሚከተለውን ሀረግ መምሰል አለበት።

$\backslash$ ሰነድአይነት $\{emath\}\{earticle\}$

በሌላ አነጋገር ሂሳቡን በግልጽ ለመፃፍ የሚያስችለው ቃል $\{emath\}$ የሚለው ነው። በየትኛውም የሰነድ አይነት ይህ የፋይል ስም ከላይ በታየው መልክ ከተጠቀሰ የሂሳቡ መሰረታዊ ፅሁፍ የግልጽ ፊደልን ይጠቀማል። ነገር ግን ፀሀፊው የግልጽ ፊደል መጠቀም ካልፈለገ $\{emath\}$ መጨመር የለበትም። ምክንያቱም እርሱ በግሉ የሚመርጠው ሰነድ-ፊደል የእንግሊዘኛውን ነው። መሰረታዊ የሂሳብ ፊደል ማለት፦

$\lambda + n + o = x$ ግልጽ ፊደል ቢጠቀም

$a + b + c = d$ እንግሊዘኛ ፊደል ቢጠቀም

6.2 መግቢያ

ተከሰተ ከሚደነቅበት አንዱ ጠባይ የሂሳብ ፅሁፎችን በውበት እጅብ የመሰደር ችሎታው ነው። በዚህ ክፍል ይህንን ሀይል ለመመርመር እንሞክራለን። ወደ ዝርዝር ጉዳይ ከመግባታችን በፊት ግን ይህ ፀሀፊ ሁለት አበይት ችግሮችን ማውሳት ይወዳል።

ሀ) ኢትዮጵያ ውስጥ የሚገኝ የትኛውም ቁዋንቁዋ (በተለይ ለማርኛ) የረቀቀ ሂሳብ መፃፍ ለድገት አሳሳቢም ቢባል በጣም ማጋነን አይሆንም ። ስለዚህ የሂሳብ ምልክቶችና ፎርሙላዎች መጠሪያና አባባል ያጥራቸዋል ። በመሆኑም ማቲማቲክስን ሙሉ በሙሉ በኢትዮጵያ ፊደልና ባማርኛ መጠሪያ ብቻ መፃፍ በዚህ ሰአት በጣም ያግኛል ። ይህንን ችግር ለማዳከም ሁለት ምርጫዎች አሉ ። ለነሱም፡

1. ሙሉ በሙሉ የሂሳብ ፎርሙላዎችንና መግለጫዎችን በእንግሊዘኛ ፊደል (ግሪክ ይታከልበታል) መፃፍ ።
2. ወይም መሰረቱ የኢትዮጵያ ፊደል ሆኖ እንዳስፈላጊነቱ የእንግሊዘኛና የግሪክ ፊደልን በምልክትነት መጠቀም ናቸው ።

በርግጥ የፎርሙላዎችን ስም በተፈለገው መንገድ መፃፍ እንችላለን ። አልፎ ተርፎ ፎርሙላዎችን የተለያዩ ስነ-ፊደላትን አደባቀቁ መፃፍ አይሳንም ። ይሁን እንጂ እጅግ አድካሚና ጊዜ ገዳይ ነው ።

ለ) ለያሌ ምልክቶች የእንግሊዘኛ ስማቸውን ይዘው እንዲቀሩ ተደርገዋል ። በዙፍቀደ ከመሰየም ይልቅ ለገዢውም ቢሆን የእንግሊዘኛ ስማቸውን መጠበቁ ለፀሀፊዎች ይረዳል ።



ተክ የሂሳብ ስልት ስር ሲገባ ልዩ ጠባይ ይኖረዋል ። ወደ ሂሳብ ስልት መገባትና መውጣት ያስቸለው ዘንድ የተለያዩ የግል ድንበሮች አሉት ። ድንበሮቹን የመስጠቱ ሀሰፊነት የተጠቃሚው ነው ። የሂሳብ ፎርሙላዎችን ከስድ ንባብ ጋር አዛንቆ ለመፃፍ “\$ፎርሙላ\$” ወይም “(ፎርሙላ)” ተጠቀም ። አስታውሱ፡ ተክ እንደ የሂሳብ ስልት ውስጥ ከገባ ባዶ ስፍራን እንዳላየ ያልፋል ። ፎርሙላ ሲፅፍ የሚያስፈልገውን ክፍት ስፍራ ራሱ ይተዋል ።

$\backslash$ ተክ $\backslash$ የብር ምልክት እንዳንበብ በቀጥታ

የሂሳብ ስልት ውስጥ ይገባል ። ሁለተኛውን

የብር ምልክት እንዳንበብ ከነበረበት ስልት

ይወጣል ። እገባል $1+2+3=6$ ወይም

ትንሽ ገፋ ለናድርገና

$\$ \backslash$ ጋዘር $\{v^2+a^2\}=c$ ከንባብ ጋር

አዛንቀን መፃፍ እንደምንችል ያመለክታል ።

ተክ የብር ምልክት እንዳንበብ በቀጥታ የሂሳብ ስልት

ውስጥ ይገባል ። ሁለተኛውን የብር ምልክት እንዳንበብ

ከነበረበት ስልት ይወጣል ። እገባል $1+2+3=6$

ወይም ትንሽ ገፋ ለናድርገና $\sqrt{v^2+a^2}=c$ ከንባብ

ጋር አዛንቀን መፃፍ እንደምንችል ያመለክታል ።

ምናልባት በዚህ ያፃፃፍ ዘዴ ተጠቃሚው የማይረካ ከሆነ ሌላው ለማራጭ የተለያዩ የሂሳብ ክልሎችን መመልከት ነው ። ከላይ የተሰጠውን ምሳሌ ቆንጶለን

እንደገና ከክልል አንፃር ብንፅፈው ውጤቱ እንደ ሆኖ አፃፃፉ ግን ለየቅል ነው ።

እንበል $\setminus \mathbb{R}^n \{ \mathcal{V} \}$ $1+2+3=6$ $\setminus \mathbb{C} \{ \mathcal{V} \}$
 ወይም ትንሽ ገፋ እናድርገና
 $\setminus \mathbb{R}^n \{ \mathcal{V} \} \setminus \mathbb{H} \{ \mathcal{V}^2 + \mathcal{A}^2 \} = \mathbb{C} \setminus \mathbb{C} \{ \mathcal{V} \}$
 ከንባብ ጋር አዛንቀን መፃፍ እንደምንችል ያመለክታል ።

እንበል $1+2+3=6$ ወይም ትንሽ ገፋ እና-
 ድርገና $\sqrt{\mathcal{V}^2 + \mathcal{A}^2} = \mathbb{C}$ ከንባብ ጋር አዛንቀን
 መፃፍ እንደምንችል ያመለክታል ።

ይሁን እንጂ የክልል አሰራር አያሌ ፊደላትን ፃፉ (ክትቡ) ይላል ። በመሰረቱ ከሌሎች ቅርፆች የበለጠ ሚስጥር የለውም ። ለማንኛውም ተጠቃሚው ከፈለገው በተከበረበረ ልዩ ትርጉም የለውም ። የ“\$” ምልክት የረቀቀና የደስቀ የሂሳብ ፅሁፍ ለመፃፍ ሁሉንም ገልጋሎት ይሰጣል ። በሰሆነም የ“\$” ምልክት ጥገኛ መሆኑ ልማቱ ያመዝናል ።

⊛

የሂሳቡን ፅሁፍ ለብቻ በተለላ መሰመር መሀከል ለማሰራር ሁለት መንገዶች አሉ ። ፅሁፉ በ“\[]” ተጀምሮ በ“\” ማለቅ፤ ወይም በ“\$\$\$” ተከፍቶ በ“\$\$\$” መዘጋት አለበት ። የሁለቱ ድንበሮች ተግባርና አላማ እንደ አይነት ነው ። ተጠቃሚው የትኛውንም መንገድ የመከተል ምርጫ የራሱ ነው ። የ $$$$ (h+1)^{-2} = 1h^{-\{2\}} + 2h1 + 11^{-\{2\}} $$$$ ውጤት ይህን ይመስላል ።

$$(\mathcal{V} + \mathcal{A})^2 = 1\mathcal{V}^2 + 2\mathcal{V}\mathcal{A} + 1\mathcal{A}^2$$

ለጊዜው በሰፍራውላ አፃፃፍ ብዙ መጨነቅ አያስፈልገም ። አበይት ዘዴዎች በዝርዝር ይመረመራሉ ። በዚህ ክፍል የተጠቃሚው ትኩረት የሚፈለገው የተከበረበረ ድንበሮች ላይ ነው ። ለድንበርነት የተሰየሙትን ሆሂዎች በቁሙ ለሌላ ተግባር ማሰማራት ወይም ለማሰማራት መሞከር በፍፁም የተከለከለ ነው ። ተከና እሳተክ ልዩ ልዩ የሂሳብ ፎርሙላዎችን ለመፃፍ የሚጠይቁት ድንበሮች በሰንጠረዥ ተከውነው ከዚህ በታች ተቀምጠዋል ።

ማጠቃለያ		
በ	ድንበር	አላማ
ቲክ	\$ ፎርሙላ \$	ፎርሙላን ከንባብ ጋር አደባልቁ ለመገፍ
ኦቲክ	\(ፎርሙላ \)	ፎርሙላን ከንባብ ጋር አደባልቁ ለመገፍ
ኦቲክ	\(ጀምር\{ሂሳብ\}... \backslashጨርስ\{ሂሳብ\}	ሂሳብን ብቻ ይፅፋል
ቲክ	\$\$ ፎርሙላ \$\$	ፎርሙላን ተለሳ መስመር መሀከል ላይ የበድራል
ኦቲክ	\[ፎርሙላ \]	ፎርሙላን ተለሳ መስመር መሀከል ላይ የበድራል
ኦቲክ	\(ጀምር\{ሂሳብአሳይ\}... \backslashጨርስ\{ሂሳብአሳይ\}	ፎርሙላዎችን ብቻ ይፅፋል
ኦቲክ	\(ጀምር\{አኩሊታ\}... \backslashጨርስ\{አኩሊታ\}	ፎርሙላዎችን ከተራ ቁጥር ጋር ይፅፋል
ኦቲክ	\(ጀምር\{አኩሊታብተራ\}... \backslashጨርስ\{አኩሊታብተራ\}	ፎርሙላዎችን በሰንጠረዥ ይገነባል
ኦቲክ	\(ጀምር\{አኩሊታብተራ*\}... \backslashጨርስ\{አኩሊታብተራ*\}	ፎርሙላዎችን በሰንጠረዥ ያለ ቁጥር ይፅፋል

6.3 የዘወትር ሂሳብ

በቀጥታ ወደ ረቀቀው የሂሳብ አገገፍ እንግባና በምሳሌ ሚስጥሩን ለመገንዘብ እንጥክር ። ፎርሙላዎች የራስጊና የግርጌ ምልክት የሚያዝሉበት ጊዜ አለ ። ለምሳሌ “ u^9 ” መሰረቱ “ u ” ሲሆን የራስጊ ምልክቱ “9” ነው ። ወይም “ u_9 ” መሰረቱ ለሁጉም “ u ” ሲሆን የግርጌ ምልክቱ ግን “9” ነው ። የራስጊ ምልክቶች ራስጊ-ምልክት (*superscripts*) ፣ የግርጌ ምልክቶች ደግሞ ግርጌምልክት (*subscripts*) ተብለው ይጠራሉ ። ራስጊምልክት ለመሰራት “ $^$ ” ነገር ግን ግርጌምልክት ለመሰራት “ $_$ ” እንጠቀማለን ። ሰፊ ያሉ ምሳሌዎች ተከትለዋል፡

በምእራፍ አንድ እነዚህን ሁለት ሆሂዎች በሚመለከት መነሳቱ ይታወቃል ። እነዚህ ሆሂዎች ከብሩ ናቸው በሰዚህ ልዩ ትክረት ሊሰጣቸው ይገባል የተባለው በዚህና ቀጥለን በምናያቸው ምክንያቶች ነው ። እነዚህን ብቻ ሳይሆን ሌሎች እያሌ ሆሂዎችን በዚሁ ምእራፍ እንተዋወቃለን ።

6.3.1 ፎርሙላ ከግርጌምልክትና ራስጌምልክት

ወደ ሂሳብ ወይም ማቲማቲክስ አለም ስንጋባ ግርጌምልክትና ራስጌምልክት ያላቸው ፎርሙላዎችን መፃፍ የዘወትር ተግባር ነው። ከዚህ በታች በግራ የሚታየውን እፃፍ በስተቀኝ ካለው የመጨረሻ ውጤት ጋር በማነፃፀር አንዳንድ ነገሮችን በሚገባ መገንዘብ ይቻላል። ምናልባት በተደጋጋሚ ይህ ፅህፈ ማሳሰብ የሚወደው ነገር ቢኖር አንባቢው ለጥምዝ ቅንፎች ልዩ ትኩረት እንዲሰጥ ነው። ለማንኛውም ከቀላሉ እፃፍ ብንጀምር እንዲህ እያለ ይሄላል።

$\$2^2\$$	2^2
$\$2^3+2^2+2^1+2^0\$$	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$
$\$((2)^{\{2\}})^2\$$	$((2)^2)^2$
$\$2^6=2^3+2^3\$$	$2^6 = 2^3 + 2^3$
$\$10^0+10^2+10^3+10^4+10^5\$$	$10^0 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5$

እነዚህ ከላይ ያየናቸው ምሳሌዎች በቁጥር ላይ የተመሰረቱ ፎርሙላዎች ከሙሆናቸውም በላይ ሁሉም ራስጌምልክት አላቸው። ትኩረት ልንሰጥ የሚገባው ራስጌምልክት ለመገንባት የተጠቀምነውን ፡ እና ዘይቤውን ነው። ቀጥለን ግርጌምልክት የያዙ ፎርሙላዎች እንመለከታለን።

$\$3_{\{q3\}}\$$	3_{q3}
$\$3_{\{q3\}}+3_{\{q2\}}+3_{\{q1\}}+3_{\{q0\}}\$$	$3_{q3} + 3_{q2} + 3_{q1} + 3_{q0}$
$\$(3)_{\{q=3\}}\$$	$(3)_{q=3}$
$\$1000_{\{10\}}, 256_{\{16\}}, 128_{\{8\}}\$$	$1000_{10}, 256_{16}, 128_8$
$\$1_{\{n+2\}}=1_{\{n+1\}}+1_{\{n\}}\$$	$\alpha_{n+2} = \alpha_{n+1} + \alpha_n$

ተመልከት! ግርጌሰረዝ ወይም “_” ግርጌምልክት ያላቸውን ፎርሙላዎችን እንድንገነባ ረድቶናል። በተጨማሪ ጥምዝ ቅንፍ ወይም “{ }” ቡድኖችን ለሙፍጠር እገዛናል። የመጀመሪያውን ፎርሙላ ረጋ ብለን ብንመለከት፡ “ $\$3_{\{q3\}}\$$ ” ቁጥር “3” መሰረቱ ቢሆን “ q_3 ” ገን ግርጌምልክት ነው። ካንድ ፊደል ወይም ሆሂ በላይ የሆኑ ግርጌምልክቶችን ሆነ ራስጌምልክቶችን በጥምዝ ቅንፍ ካላጠናቀቀው ለተከ አሻሚ ይሆናሉ። በሌላ አነጋገር ተከ “_” እንዳየ ግርጌምልክት መገንባት መጀመር እንዳለበት ያውቃል። ቀጥሎ የሚመረምረው የግርጌምልክት ሆሂዎችን ማለትም ግርጌምልክቱ በጥምዝ ቅንፍ የታጠረ ከሆነ በውስጡ የሚገኙትን ሆሂዎች በሙሉ ውስጾ ይሰድራቸዋል። ይሁን እንጂ ግርጌምልክቱ ካንድ ሆሂ በላይ ይዞ በጥምዝ ቅንፍ ካልታጠረ የመጀመሪያውን ሆሂ ብቻ እንደ ግርጌምልክት ይወሰድና ሌሎቹን ያልፋል።



ገፋ እናድርገና በተለዋዋጭ ሆሂ (*variable*) ላይ የተመሰረቱ ምሳሌዎችን እንመልከት ። ተለዋዋጭ ቃል የሚለው ቃል የእንግሊዘኛውን ቨራብል ያመለክታል ። ተለዋዋጭ ቃል ይዞታው እንደ ፎርመላው ሁኔታና ወሰን የሚቀየር እንደ ማለት ነው ። በደፈናው ቁጥርን ለመወከል የተዘጋጀ ምልክት ነው ።

u^3	u^3
v^2n^2	v^2n^2
u_2	u_2
u_2^2	u_2^2
m^{3^2}	m^{3^2}
$((v^2)^3)^4$	$((v^2)^3)^4$
$2u_3$	$2u_3$

6.3.2 ፎርመላና የዘር ምልክት

የዘር ምልክት (የእንግሊዘኛው *radical sign*) ኪቦርድ ላይ ቁልፍ የለውም ። ከሞላ ጉደል አብዛኞቹ የሂሳብ ምልክቶች ተመሳሳይ ሁኔታ ውስጥ ይገኛሉ ። ስለዚህ ምልክቶቹን በትእዛዝ መልክ ማስገባት ሊላው መንገድ ነው ። $\sqrt{\text{ዘር}}$ (*square root*) ለዳግም ዘር $\sqrt{\text{ዘር}}$ (*root*) ለዘር ይቆማሉ ። ዝርዝሩ እነሆ ፡

$\sqrt{256}$	$\sqrt{256}$
$\sqrt{u+n}$	$\sqrt{u+n}$
$\sqrt{u+5}$	$\sqrt{u+5}$
$\sqrt{u^2+\sqrt{n}}$	$\sqrt{u^2+\sqrt{n}}$
$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt[3]{8}$
$\sqrt[n]{u^n+n^n}$	$\sqrt[n]{u^n+n^n}$
$\sqrt[n+1]{u+n}$	$\sqrt[n+1]{u+n}$

በርገጥ የረቀቀ ፎርመላ መጻፍ ጨርሶ ቀላል ነው ለማለት ባንዳፈርም ውጤቱ ወደር ስለሌለው ፈተናውን መቀበሉ አይከፋም ። በድጋሚ እንዲሁም በጥብቅ ይህ ደራሲ ተጠቃሚው “{}” በጥልቅ እንዲመለከት ያሳስባል ። የመሰረታዊ ፎርመላ አገገፋ ከተሰመደ የረቀቁትን ስመገንባት መንገዱ ተከፈተ ማለት ነው ። ተጨማሪ ምሳሌዎች፡

$$\S\S \backslash \text{ዳዘር} \{ 2 + \backslash \text{ዳዘር} \{ 2 + \backslash \text{ዳዘር} \{ 2 + \backslash \text{ዳዘር} \{ 2 \} \} \} \} = 1.990... \S\S$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}} = 1.990...$$

$$\S\S 2^{\backslash \text{ዳዘር} 2} = \upsilon^{\backslash \text{ዳዘር} 2} = ((2^{\backslash \text{ዳዘር} 2})^{\backslash \text{ዳዘር} 2})^{\backslash \text{ዳዘር} 2} = (\backslash \text{ዳዘር} 2^{\backslash \text{ዳዘር} 2})^2 \S\S$$

$$2^{\sqrt{2}} = \upsilon^{\sqrt{2}} = ((2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = (\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^2$$

$$\S\S 6 = (1 + \backslash \text{ዳዘር} \{-5\})(1 - \backslash \text{ዳዘር} \{-5\}) : \S\S$$

$$6 = (1 + \sqrt{-5})(1 - \sqrt{-5}).$$

6.3.3 ክፍፍሎች

ክፍፍሎች (*fraction*) የተሰየ መልክ አለው። በንባብ ውስጥ ወይም ለየትሉ መጻፍ ይቻላል። በዚህ ረገድ ሁለት ትእዛዞችን መተዋወቅ ያስፈልጋል። እነሱም ላላል እና ምረጥ ናቸው። ሁለቱንም ክፍፍሎች ፎርሙላ ለመጻፍ እንፈልጋቸዋለን።

$$\S\S 1 \backslash \text{ላላል} 1000 \S\S \quad \frac{1}{1000}$$

$$\S\S \upsilon + \text{ሰ} \backslash \text{ምረጥ} 3 \S\S \quad \binom{\upsilon + \text{ሰ}}{3}$$

$$\S\S \upsilon + \text{ሰ} + \text{ሰ} \backslash \text{ላላል} \{\lambda + 2\} \S\S \quad \frac{\upsilon + \text{ሰ} + \text{ሰ}}{\lambda + 2}$$

$$\S\S \upsilon + \{\text{ሰ} + \text{ሰ} \backslash \text{ላላል} \text{ ከ} \} \S\S \quad \upsilon + \frac{\text{ሰ} + \text{ሰ}}{h}$$

$$\S\S \{\upsilon^2 \backslash \text{ላላል} 4\} + \{\text{ሰ}^2 \backslash \text{ላላል} 9\} = \angle \S\S \quad \frac{\upsilon^2}{4} + \frac{\text{ሰ}^2}{9} = \angle$$

$$\S\S \{\upsilon \backslash \text{ላላል} \text{ ሰ} \} \backslash \text{ላላል} 2 \S\S \quad \frac{\frac{h}{l}}{2}$$

ሁለት አዲስ ያየናቸው ትእዛዞች፡ $\backslash$ ላላል ሳላሳይ ከሚለው ቃል የመነጨ ነው። $\backslash$ ላላል በሁለት ላይና ታች ቁጥሮች ወይም ተለዋዋጮች መሀከል የተፈለገውን ሰረዝ ይሰራል። $\backslash$ ምረጥ ደግሞ የተሰጡትን ቁጥሮች ወይም ተለዋዋጮች በትልቅ ቅንፍ ያጥራቸዋል። ለማብራራት ያክል የመጀመሪያውን ምሳሌ በዝርዝር መመልከቱ ይረዳል፡ “\$1 \backslash 1000\$”። ይህንን ፎርሙላ ስናነብ “አንድ እንድ ሺኛ” እንላለን። “1” ሳላሳይ ሲሆን “1000” ታህታይ ተብሎ ይጠራል። የላላል ትእዛዝ ይህንን መርህ ይከተላል። የምረጥ ተግባር ከዚህ በፍፁም ይለያል። ሁለት ንጉሮችን ወስዶ የመጀመሪያውን ከላይ ሁለተኛውን ከታች ሰድሮ በቅንፍ ያጥራቸዋል። ይህ ፎርሙላ በደፈናው የባይኖሚያል ኮሌፍሽንት ገላጭ ይባላል። ሲበተን፡

የ m እና የ l ባይኖሚያል ኮሌፍሽንት $$$ \{m \backslash \text{ምረጥ } l\} = \{m! \backslash \text{ላላል } \{l!(m-l)!\}\} $$

$$\binom{m}{l} = \frac{m!}{l!(m-l)!}$$

ቅጥልጥል ክፍልፋይ $$$ \{45 \backslash \text{ላላል } 14\} = 3 + \{3 \backslash \text{ላላል } 14\} $$

$$\frac{45}{14} = 3 + \frac{3}{14}$$

ቅጥልጥል ክፍልፋይ $$$ \{45 \backslash \text{ላላል } 14\} = 3 + \{1 \backslash \text{ላላል} \backslash \text{መልከኛ } 4 +$

$\{\backslash \text{ፀተረሽተ } 1 \backslash \text{ላላል} \backslash \text{መልከኛ } 1 + \{1 \backslash \text{ላላል } 2\}\}$ $$$$

$$\frac{45}{14} = 3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

6.3.4 እጎራ፣ ድመርና ሌሎች

በተደጋጋሚ እንደተጠቀሰው ማቴማቲክስ በጣም ብዙ ምልክቶች ይጠቀማል። ከነዚህ መሀከል $\sum$ እና $\int$ ይገኛቸዋል። የመጀመሪያው ድመር (summation) ሁለተኛው እጎራ (integration) ተብሎ ይጠራሉ። እነዚህን መሰሎቻቸው ታላቅ ለፕራተር ይባላሉ። ምልክቶቹ ኪቦርድ ላይ ስለሌሉ በትእዛዝ መልክ ስማቸውን አስመርኩዞ ማስገባት የገድ ነው። በተጨማሪ ቁመታቸው እንደሚሰፍሩበት አካባቢ መለያየት ስለሚገባው ከንባብ ጋር ተዛንቀው የሚጻፉ ከሆነ ባንድ “\$” ይታጠራሉ።

ይሁን እንጂ ለብቻቸው ከሆነ በሁለት “\$” ይታጠራሉ።

$$\begin{aligned} & \$ \backslash \text{ድመር } v_1 \$ \text{ ከንባብ ጋር ሲዘነቅ} & \sum v_i \text{ ከንባብ ጋር ሲዘነቅ} \\ & \$ \$ \backslash \text{ድመር } v_n \backslash \text{ሀበኘጠ\{ ለብቻው ሲበደር :: \}} \$ \$ & \sum v_i \text{ ለብቻው ሲበደር ::} \end{aligned}$$

በመሰረቱ ሁለቱም እንደ አይነት ምልክት ይሁኑ እንጂ ቁመታቸውና ድንሱ ታቸው ለየቅል ነው። $\backslash \text{ድመር } 7\text{C}7\text{ምልክትና } 6\text{-ሰጌምልክት ይወሰዳል} :: 7\text{C}7\text{ምልክቱ ከድመሩ ስር ሲወድቅ } 6\text{-ሰጌምልክቱ ደግሞ ከድመሩ ሜንቃ ላይ ይሰፍራል} :: 7\text{C}7\text{ምልክት “_” ይከተላል፤ } 6\text{-ሰጌምልክት “^” ይከተላል} ::$ በተግባር፡

ከ7C7ምልክትና ከ6-ሰጌምልክት ጋር $\$ \$ \backslash \text{ድመር_}\{i=1\}^{\wedge}\{\infty\} \$ \$$

$$\sum_{n=1}^m$$

ከነጉዋዙ $\$ \$ \backslash \text{ድመር_}\{r=1\}^{\wedge}\{4\} \backslash \{r\} = a_0 + a_1 + a_3 + a_4 \$ \$$

$$\sum_{i=1}^4 a_i = a_0 + a_1 + a_3 + a_4$$

ድመር ርሰበርሱ ሲባዛ $\$ \$ \backslash \text{ድመር_}\{x=1\}^{\wedge}\{\infty\} \backslash \text{ድመር_}\{r=1\}^{\wedge}\{i\} v_r \backslash x = \backslash \text{ድመር_}\{x=1\}^{\wedge}\{\infty\} \backslash 7\text{C}(n_x \backslash \text{በደኘተ} \backslash \text{ድመር_}\{r=1\}^{\wedge}\{i\} v_r \backslash + x) \$ \$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n v_i a_j = \sum_{j=1}^m \left(a_j \cdot \sum_{i=1}^n v_i \right)$$

በውነቱ ድመር የራሱ የሆኑ ተጨማሪ ያገላለፅ ዘይቤዎች አሉት እናም በያጉ ጣሚው ወደፊት ለመመልከት እንሞክራለን። ቀጥለን ሌላኛውን ገናና ምልክት— አጎራን ወይም $\int$ እንደት እንደምንፅፍ ለመማር እንሞክራለን።

የአጎራ ምልክት እንደጥደኛው ድመር ከንባብ ጋር ሲዘነቅ እነሰ ያለ መልክ ሲኖረው ለብቻው ሲገፍ ደግሞ ጎላና ፈካ ይላል። ሁለቱን መልኮች ለይቶ የመፃፉ ሀላፊነት የፀሀፊው ነው። ከንባብ ጋር ሲዘነቅ በተናጠል “\$” ይታጠራል። ለብቻው ሲሆን ደግሞ በጥንድ “\$” ይታጠራል። ተክል ይኑቱን የሚገነዘበው በዚህ መሰረት ነው። ማለትም ጥንድ የብር ምልክት “\$\$\$” የሂሳብ ሰልት ውስጥ መገባት ብቻ ሳይሆን አዲስ መሰመር ከፍቶ ፎርመላውን ከፃፈ በሁዋላ ባዲስ መሰመር መዝጋት እንዳለበት ያስታውቀዋል። በሌሊት ልዩነቱን ጠንቅቆ ማወቅና በተግባር መተርጎም ለመልካም ውጤት ቀዳሚ መንገድ ነው።

$\$ \backslash \lambda \gamma \omega _{-}\{- \backslash \rho \gamma \delta .+\} ^{\wedge }\{\backslash \rho \gamma \delta .+\} \$$
ከጎብበ ጋር ሲዘነቅ

$\int _{-\infty }^{\infty }$ ከጎብበ ጋር ሲዘነቅ

$$$ \backslash \lambda \gamma \omega _{-}\{- \backslash \rho \gamma \delta .+\} ^{\wedge }\{\backslash \rho \gamma \delta .+\} \backslash \nu \eta \gamma \tau \eta \{ \wedge \cdot \eta \mathcal{F} \text{ው ሲሰደር ::} $$$$

$\int _{-\infty }^{\infty }$ ለብቻው ሲሰደር ::

የሁለቱም ልዩነት በገልፅ ይታያል። ስለሆነም አጠቃቀም ላይ በጥብቅ መጠንቀቅ ተገቢ ነው። አፃፃፉን በዝርዝር ስንመረምር የሚከተለውን መገንዘብ እንችላለን።

- የብር ምልክት የተከነ የሂሳብ በልት ልልልና ይቆጣጠራል።
- $\backslash \lambda \gamma \omega$ የ “ $\int$ ” ስም ነው።
- “ $_-$ ” የሚቀጥለው ሆሂ ገርጌምልክት መሆኑን ይናገራል።
- $\{-\infty\}$ ገርጌምልክት ነው።
- “ $^{\wedge}$ ” የሚቀጥለው ሆሂ ራስጌምልክት መሆኑን ይገልጻል።
- $\{\infty\}$ ራስጌምልክት ነው።

ገርጌምልክቱና ራስጌምልክቱ በአገራው ፊት ላይ ተሰድረዋል። ይህ አንደኛው መንገድ ሲሆን ሌላኛው መንገድ ግን ፊት ለፊት ከመሰደር ፈንታ ከአገራው አገርና ጫንቃ እንዲጣሉ ማድረግ ነው። ለዚህም ተጨማሪ ትእዛዞች መማር አለብን— $\backslash$ ወሰኖች እና $\backslash$ ኢወሰኖች ናቸው። የሁለቱ ትእዛዞች አጠቃቀምና ውጤታቸው ከዚህ በታች ቀርቡዋል።

ክልዩ መልክ ጋር፡ $$$ \backslash \lambda \gamma \omega \backslash \omega \acute{\omicron} \gamma _{-}\{0\} ^{\wedge }\{1\} \backslash \mathcal{H} \mathcal{C}\{1+\tau ^{\wedge }2\} \backslash ,\mathcal{L} \eta = \{\backslash \mathcal{T} \mathcal{F} \backslash \gamma \wedge \wedge 4\} $$$$

$$\int \lim _0^1 \sqrt{1+\sigma ^2} \mathcal{L} \eta =\frac{\pi }{4}$$

ይህንን ክፍል ከማጠናቀቃችን በፊት ስለቅንፍና ብራኬት ባህሪ ባጭሩ እንገብያለን። ቅንፎች በፎርሙላ ዙሪያ ሲበኩ ቁመታቸው ከፎርሙላው ጋር ካልተጣጣመ መልክ ያበላሻል። ብራኬቶችም ተመሳሳይ ችግር ይፈጥራሉ። ለዚህ መድሀኒቱ የፎርሙላዎችን ቁመት እየመዘነ ተገቢውን ቅንፍ ወይም ብራኬት የሚወስን ትእዛዝ ነው። ሁለት ትእዛዞች፡ “ $\gamma \omega$ ” የግራ ቅንፍን ይመርጣል፤ “ $\backslash \phi \gamma$ ” የቀኝ ቅንፍን ይመርጣል። ለብራኬት ተመሳሳይ ዘዴ ይሰራል።

6.4.2 ትሬግኖሚትሪክና ሌሎች ፋንክሽኖች

አያንዳንዳቸውን በዝርዝር ለማየት ምንም ሁኔታው ባይፈቅድልንም የፋንክሽኖቹን ስም አንተዋወቃለን። የተወሰኑት በምሳሌ መልክ ይብራራሉ። ብዙ ከመገፋታችን በፊት ግን ይህ ደራሲ እንደ አብይ ነገር መግለፅ ይፈልጋል። የፋንክሽኖቹ ስም የተሰጠው ባማርኛ ሲሆን መልካቸው ግን አማርኛ አይደለም። የተሰመደው የማቴማቲክስ ገገቸው አንዳለ ተጠብቁዋል።

$\backslash$ አርክቮስ	arccos	$\backslash$ ኮስ	cos	$\backslash$ ኮሲካ	csc	$\backslash$ ኢክስ	exp
$\backslash$ ክር	ker	$\backslash$ ሊምስፐር	limsup	$\backslash$ ሚን	min	$\backslash$ ሳይንስ	sinh
$\backslash$ አርክሳይ	arcsin	$\backslash$ ኮሽ	cosh	$\backslash$ ደግ	deg	$\backslash$ ጂሲዲ	gcd
$\backslash$ ሰገ	lg	$\backslash$ ሰነ	ln	$\backslash$ ፕላር	Pr	$\backslash$ ሰፕ	sup
$\backslash$ አርክታን	arctan	$\backslash$ ኮታ	cot	$\backslash$ ደት	det	$\backslash$ ህም	hom
$\backslash$ ወሰን	lim	$\backslash$ ላግ	log	$\backslash$ ሲካ	sec	$\backslash$ ታን	tan
$\backslash$ አርግ	arg	$\backslash$ ኮትሽ	coth	$\backslash$ ዲም	dim	$\backslash$ ኢ	inf
$\backslash$ ኢወሰን	liminf	$\backslash$ ማክስ	max	$\backslash$ ሳይን	sin	$\backslash$ ታንሽ	tanh

ምሳሌዎች እነሆ፦

\$\$ \backslash \text{ኮስ}^2 \backslash \text{ተህጫተካ} + \backslash \text{ሳይን}^2 \backslash \text{ተህጫተካ} = 1 \quad \$\$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

ያውነት፦ \$\$ \backslash \text{ሲካ} 2\alpha + \backslash \text{ኮታ} 2\alpha \backslash \text{ላኦል} \{ \backslash \text{ሲካ} 2\alpha \} = 1 + \backslash \text{ኮሲካ} 2\alpha - \backslash \text{ሳይን} 2\alpha : \quad \$\$

$$\frac{\sec 2\alpha + \cot 2\alpha}{\sec 2\alpha = 1 + \csc 2\alpha - \sin 2\alpha}.$$

የፎርየር ልጥጥር ፋንክሽን $\mathcal{L}(m)$ ፦

\$\$ \{ \lambda_0 \backslash \text{ላኦል} 2 \} + \backslash \text{ድመር} _ \{ \gamma = 1 \} \wedge \{ \text{የጎፈተ} \} \lambda _ \gamma \backslash \text{ኮሳ} \backslash \text{ገሬ} (\{ \gamma \backslash \text{Tየ ጠ} \backslash \text{ላኦል} \alpha \} \backslash \text{ተኝ}) + \alpha _ \gamma \backslash \text{ሳይን} \backslash \text{ገሬ} (\{ \gamma \backslash \text{Tየ ጠ} \backslash \text{ላኦል} \alpha \} \backslash \text{ገኝ}) \quad \$\$

$$\frac{\lambda_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n \cos \left(\frac{\gamma \pi m}{\alpha} \right) + \alpha_n \sin \left(\frac{\gamma \pi m}{\alpha} \right)$$

ቀጣይ የsin ፋንክሽን፦

\$\$ \backslash \text{ወሰን} _ \{ \alpha \backslash \text{ተኝ} 0 \} \backslash , \backslash \text{ሳይን} (\mathcal{L} + \alpha) = \backslash \text{ወሰን} _ \{ \alpha \backslash \text{ተኝ} 0 \} \backslash , [\backslash \text{ሳይን} \mathcal{L} \backslash \text{ኮሰስ} + \backslash \text{ኮሰደ} + \backslash \text{ሳይን} \alpha] \quad \$\$

$$\lim_{l \rightarrow 0} \sin(\mathcal{L} + \alpha) = \lim_{l \rightarrow 0} [\sin \mathcal{L} \cos \alpha + \cos \mathcal{L} + \sin \alpha]$$

ሚን ከወሰን ጋር፦ \$\$ \backslash \text{ሚን} _ \{ 1 \backslash \text{ሰጪ የ} \backslash \text{ሰጪ} 2^{\wedge} \text{መ} \} \backslash \{ \text{የ} (\text{ጠ}^{\wedge} \{ (\text{የ}) \}, \text{ጠ} _ \text{ተ}) = \text{ጠ}^{\wedge} \{ (\theta) \} \quad \$\$

$$\min_{1 \leq i \leq 2^m} \{ \text{የ} (\text{ጠ}^{(i)}, \text{ጠ}_i) = \text{ጠ}^{(s)} \}$$

የጋራ አካፋይ ፎርሙላ መግለጫ፡ $\$ \$ \setminus \text{፻ሲ.፯}(v, n) = n \ \$ \$$

$$\gcd(v, n) = n$$

ሎጋሪዝም፡ $\$ \$ \setminus \log_n v = \log v + \log n \ \$ \$$

$$\log_b v n = \log v + \log n$$

በርግጥ ፎርሙላ መፃፍ በጣም አስቸጋሪ እንደሚሆን ምንም ጥርጥር የለውም። ለየተለመደ ሲመጣ፣ በሞች አይምሮ ውስጥ መስረፅ ሲጀምሩ፣ ጉጉቱ ለየናረ ሲያመራ ኩብደቱ ለየቀለለ ይዘልቃል። እንዳንድ መወሰድ ያለባቸው ጥንቃቄዎች ከዚህ በታች ተጠቅሰዋል።

ጥንቃቄ • ከላይ የተሰጡትን የፋንክሽን ትእዛዞች ስናስገባ ባንድ ባዶ ስፍራ ማስከተል። ቁጥርን ማስከተል ችግር አይፈጥር ይሆናል። ቢሆንም መጡን ቀቁ አይከፋም። ለምሳሌ $\$ \setminus \text{ባይንለ} \$$ ስህተት ሲሆን $\$ \setminus \text{ባይን ለ} \$$ ግን ትክክል ነው። ይህ ማለት ግን ትእዛዞችን ያለ ባዶ ስፍራ አከታትሉን መፃፍ እንችልም ማለት አይደለም። $\$ \setminus \text{ባይን} \setminus \text{ቴቶ} \setminus \text{ላለል} \text{ መ} \$$ መፃፍ እንከን የለውም።

- በሂሳብ ስልት ስር ወይም በ“\$” በሚታጠሩ ፅሁፎች መሀከል የሚገቡ ባዶ ስፍራዎች ተከክቶም ነገር አይቆጥራቸውም። ማለትም የተመጠኑ ክፍት ስፍራዎችን በፎርሙላዎች ውስጥ በግሉ ይከታል። በርግጥ ፅሁፊው የሚሻ ከሆነ ክፍት ስፍራ ማስተካከያ ትእዛዞችን መመልከቱ ተገቢ ነው።

6.4.3 ንባብን ያቀፉ ፎርሙላዎችና ነጠብጣብ

እስካሁን ድረስ የተመለከትናቸው ፎርሙላዎች ንባብን ያቀፉ አይደሉም። በነገራችን ላይ ከስድ ንባብ ጋር አደባቀ መፃፍን ሳይሆን በሂሳብ ስልት ስር ሆኖ ንባብን መጨመር ለማለት ነው። ንባብን ፎርሙላ ውስጥ ማስገባት እንድ ተጨማሪ ተግባር አለው። ያም ተከን ከሂሳብ ስልት ስር ስጊዜው አስወጥቶ እንደገና መልሶ ማስገባት ነው። ኡብዛኛውን ጊዜ ፎርሙላ ውስጥ ንባቦችን ማስገባት ተፈላጊነት የለውም። ከሆነ ዘንድ መንገዱ እንዲህ ነው።

ለንበል የንባቡን ስታይል መስወጥ አንፈልጋለን ። በርግጥ እንደሚቻል አውቡ-ተናል ። ነገር ግን በተገባር አልተረጎምነውም ። ወደ ተነሳንበት ምሳሌ እንመለስና የበነ-ፊደሉን ለይነት ቀይረን ለጃችን አጣጥፈን እንጠብቅ ።

\$\$ \backslash \text{ዳዘር } 2 \backslash \text{ሳጥንበረ} \{ \backslash \text{ጠበ ሁለት የዳግም ዘር ማለት ነው} :: \} \\$\\$

ተፈጭቶ፣ ደቆና ልሞ ሲወጣ፡

“ $\sqrt{2}$ ሁለት የዳግም ዘር ማለት ነው ።”

እሃ! የፊደሉ ለይነት ዘመም ሆነ ። የማጥበቂያ ትእዛዝ ሰጥተን ያሻነውን አገኘን ።

ማሳሰቢያ፡ ምንጊዜም ቢሆን በማቴማቲክስ ፎርሙላ ውስጥ ንባብ ማስገባት ከተፈለገ የሳጥንበረ ትእዛዝ መጠቀም የገድ ነው ።

ተጨማሪ ምሳሌ፡

\$\$ r(m) = \backslash \text{ሲጣራ} \{ 0, \& \text{ ከሆነ } \\$0 \backslash \text{ለጩ ጠ} \backslash \text{ለጩ } 1\\$ \backslash \text{ሰረ} \\ 1, \& \text{ ከሆነ } \\$1 \backslash \text{ለጩ ጠ} \backslash \text{ለጩ } 2\\$ \backslash \text{ሰረ} \} \\$\\$

$$r(m) = \begin{cases} 0, & \text{ከሆነ } 0 \leq m \leq 1 \\ 1, & \text{ከሆነ } 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$$

ለምርቃት ያክል፡

\$\$ + = \backslash \text{ሲጣራ} \{ \\$m | m\\$ \& \text{ አውንታዊ ቁጥር ወይም ዚር ነው} \} \backslash \text{ሰረ} \} \\$\\$

$+ = \{ m - m \text{ አውንታዊ ቁጥር ወይም ዚር ነው} \}$

\$\$ + = \backslash \text{ሲጣራ} \{ \\$m | m\\$ \& \text{ ድፍን ቁጥር ነው} \} \backslash \text{ሰረ} \} \\$\\$

$+ = \{ m - m \text{ ድፍን ቁጥር ነው} \}$

\$\$ \lambda[h] = \backslash \text{ሲጣራ} \{ 1 \& \text{ ከሆነ } \\$h=1,3,6,8\\$ \backslash \text{ሰረ} \\ 0 \& \text{ ከሆነ } \\$h=2,4,5,7\\$ \backslash \text{ሰረ} \} \\$\\$

$$\lambda[h] = \begin{cases} 1 & \text{ከሆነ } h = 1, 3, 6, 8 \\ 0 & \text{ከሆነ } h = 2, 4, 5, 7 \end{cases}$$

ከንግዲህ በሁዋላ ይህንን ክፍል ለስክምናጠናቅቅ የነጠብጣብን ዋጋማነት እንመረምራለን ። ነጥቦች ህሁፎችን እንድናደራጅ ይረዱናል ። በደቢማል የቁጥር ስልት

በየሰቱ እናያቸዋለን—\$100.00፣ 2.5 ሚትር፣ 100.7 ግራም ወዘተ ። በማቲማቲክስ እስም የበሰጠ ተፈላጊነትና ተወዳጅነት አላቸው ። የፎርሙላዎችን ባህር ባጠቃላይ ደረጃ ለመግለፅ አመቺ ናቸው ።

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \lambda_n = -\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 - \dots$$

ተፈራራቂ ልጥጥቅ ፎርሙላው ቀጣይ መሆኑን ለማመልከት ሶበት ነጥቦች ታኩ ለዋል ። ተመልክት ክልብ! ነጥቦቹ ከስር ሳይሆን ከመሀከል ላይ ይወድቃሉ ለናም ከተቀረው አካል ጋር ይጣጣማሉ ። የመሀከል ነጥቦችን የምንጠቀመው አብዛኛውን ጊዜ $\times - +$ ጋር ነው ። የላይኛው ፎርሙላ የተፃፈው በዚህ መልክ ነበር ።

$$\$ \$ \backslash \text{ኦሙር}_{\{i=1\}}^{\wedge} \{ \backslash \text{የነፈተ} \} (-1)^{\wedge} \{ i \} \lambda_{-i} = \lambda_{-1} + \lambda_{-2} - \lambda_{-3} + \lambda_{-4} \backslash \text{መነጥብ} \$ \$$$

ነጥቦችን እኛ አንድባንድ መፃፍ አይኖርብንም ። $\backslash \text{መነጥብ}$ ያንን ሀላፊነት ይወስድልናል ። በሌላ በኩል $\backslash \text{መነጥብ}$ ለተመሳሳይ ተግባር ካንዳንድ ፎርሙላዎች ጋር አይጣጣምም ። ስለሆነም ሌላ ትእዛዝ አንማራለን— $\backslash \text{ታነጥብ}$ ነው ። የክትትል ባልደረባዎች፡

$$v_1, v_2, v_3, \dots, v_n, \dots$$

ይህ ፎርሙላ የተፃፈው የ $\backslash \text{ታነጥብ}$ ትእዛዝን ነጥብ አጣጣል ለማሳየት ነው ። ነጥቦች ከስር ይደረደራሉ ። ለዚህም ፎርሙላው ጥሩ መልክ አለው ። አገባቡ፡

$$\$ \$ v_{-1}, v_{-2}, v_{-3}, \backslash \text{ታነጥብ}, v_{-i}, \backslash \text{ታነጥብ} \$ \$ \text{ ነበር ።}$$

⋆

ተጨማሪ ምሳሌዎች፡ $\$ \$ \backslash \{ \lambda_{-i} \} = \backslash \gamma_{\omega} \backslash \{ \{ 1 \backslash \lambda_{\Delta 2} \}, \{ 1 \backslash \lambda_{\Delta 4} \}, \{ 1 \backslash \lambda_{\Delta 8} \}, \backslash \text{መነጥብ}, \{ 1 \backslash \lambda_{\Delta 2^i} \} \backslash \# \} \$ \$$

$$\{ \lambda_n \} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n} \right\}$$

6.5 መልካም ሂሳብ ቀለም

የሂሳብ፣ የፊዚክስ፣ ኢንጂነሪንግ ነክ ወይም ባጠቃላይ ተፈጥሮዊ ሳይንስ ነክ የሆኑ መፅሀፎች፣ ሰነዶች ስናዘጋጅ ፎርሙላዎችን የመፃፉና የማቀነባበሩ ተግባር ምን ያህል ከባድና ጥልፍልፍ መሆኑን በቃላት መገንዘብ ይቻላል። አኩሊታዎችን በተፈቁጥር ሰይሞ በረጋ መሰደር፣ ካንድ በላይ ሜትሪክሶችን በረድፍ መደርደር፣ ፎርሙላን የማረጋገጥ ሀተታን መደልደል፣ ለንዲሁም ከወጉ መሀከል ላይ ማሰፈር በርግጥ አሊ የማይባል ሸክም ነው። ቸርነቱ አብዛኛውን ድካምና ልፋት ተክ ያለ ብዙ ቅሬታ ይካፈላል። ይሁን እንጂ የፊሳችንን ድርሻ በጥንቃቄ የመወጣት ሀላፊነቱ የኛ ነው።

6.5.1 ሜትሪክስ

የኢትዮጵያ ቁጥንቁጥዎች አካደሚ ሜትሪክስ ለሚለው የእንግሊዘኛ ቃል ድርድር የሚል አኩሊታ አውጥቶለታል። ይህ መፅሀፍ ሜትሪክስ ሲል ድርድር ለማለት ነው። ሜትሪክስ በረድፍና ባምድ የተደረደሩ ቁጥሮችን ወይም ተለዋዋጮችን ባጥር የከበበ የፎርሙላ ለግፍ ነው። በዚህ ክፍል ልዩ ልዩ የሜትሪክስ ለግፎችን ለጉማራለን። በተጨማሪ አዲስ ትእዛዞችን እንተዋወቃለን።

ጉዳዩን በምሳሌ እንክፈት፡

$$x = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

ይህ ሜትሪክስ የተዘጋጀው በሚከተለው መመሪያ ነበር፡

$$x \cdot y = \begin{pmatrix} u & v & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = u^2 + v^2 + w^2$$

ለንደተለመደው ፎርሙላው በብር ምልክት መታጠር አለበት። ሚስጥሩ ያለው ከይሆናል ምልክት በስተቀኝ ነው። የሜትሪክሱን ቅንፍ የሚሰሩት $\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$ እና $\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$ ናቸው። የሜትሪክስ ትእዛዝ በቅንፉ ውስጥ የሚገቡትን ባልደረቦች ያቀነባብራል። የሜትሪክስ ግንባታ ካንድ መስመር በላይ ስለሚያሳትፍ የት ቦታ አዲስ መስመር መክፈት እንዳለበት “ $\backslash$ መ” ይናገራል። በዚህ ምሳሌ ሶስት $\backslash$ መ ትእዛዞች አሉ።

የሚትረክሱን ቅንፍ ተከለክሎ ለንዲበራ ከተፈለገ በውነቱ ችግር የለም። የሚትረክሱ የሚለውን ትእዛዝ በ\ትሚትረክስ መቀየርና ሁለቱን ቅንፍ የሚሰሩ ትእዛዞችን ማውጣት ነው። መልካም! የላይኛው ምሳሌ ባንድ አምድ የተረደፈ ነው እናም ካንድ አምድ በላይ ያለው የሚትረክስ ለንደት ነው የምንገነባው? መልሱ፡

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

ይህ የሚትረክስ 4×4 ወይም አራት ረድፍ ባራት አምድ ነው። ልዩነቱ ከመጀመሪያው ምሳሌ ሲነፃፀር ይህኛው አራት አምድ አለው። እመጣጡም ለንዲህ ነው።

```
$$ \backslash \text{ትሚትረክስ} \{ \begin{array}{l} 1 \ \& \ 2 \ \& \ 0 \ \& \ 3 \backslash \text{አመ} \\ 2 \ \& \ 1 \ \& \ -1 \ \& \ 1 \backslash \text{አመ} \\ 3 \ \& \ -1 \ \& \ -1 \ \& \ 2 \backslash \text{አመ} \\ -1 \ \& \ 2 \ \& \ 3 \ \& \ -1 \backslash \text{አመ} \end{array} \} \$\$
```

ለያንዳንዱ አምድ በ“&” ተለይቱዋል። ተከለክሎ “&” ባዩ ቁጥር ለዲስ አምድ መጀመር ለንዳለበት ያውቃል። የዚህ የሚትረክስ ለንዱ የተለየ ጠባይ የራሱን ቅንፍ ራሱ ይሰራል። ምክንያቱም የትሚትረክስ የራሱን ቅንፍ የመሰራት ችሎታ አለው።

ይህንን ክፍል የሚትረክስን ጠባይ ከሞላ ጉደል በሚያንፀባርቅ ምሳሌ ለንዝጋሉን።

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1m} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{m1} & u_{m2} & \cdots & u_{mn} \end{pmatrix}$$

ይህ ውጤት የመጣው ከሚከተለው ነበር፡

```
$$ \backslash \text{ትሚትረክስ} \{ \begin{array}{l} u_{\{11\}} \ \& \ u_{\{12\}} \ \& \ \backslash \text{መነጥብ} \ \& \ u_{\{1\text{መ}\}} \ \backslash \text{አመ} \\ u_{\{21\}} \ \& \ u_{\{22\}} \ \& \ \backslash \text{መጥብ} \ \& \ u_{\{2\text{መ}\}} \ \backslash \text{አመ} \\ \backslash \text{ለነጥብ} \ \& \ \backslash \text{ለነጥብ} \ \& \ \backslash \text{በነጥብ} \ \& \ \backslash \text{ለነጥብ} \ \backslash \text{አመ} \\ u_{\{\text{መ}1\}} \ \& \ u_{\{\text{መ}2\}} \ \& \ \backslash \text{መነጥብ} \ \& \ u_{\{\text{መነ}\}} \ \backslash \text{አመ} \end{array} \} \$\$
```

6.5.2 ፎርሙላዎች ስደራ

ፎርሙላ ለማረጋገጥ ብዙ እርከኖች መውረድ ይጠይቃል። እንዳንድ ጊዜም ንባቦችን መዘነቅ አስፈላጊ ነው። በተለይ የሂሳብ ፅሁፍ ሲዘጋጅ እንዲህ እይነቱ ሁኔታ ያጋጥማል። የፎርሙላ ህተታ ቅጥና ስርአት ከሌለው ሳንባቢው ስቃይ ነው። እንዳንድ ጊዜ ፎርሙላዎችን ቅጥ ማስያዙ ራሱ ካቅም በላይ ሊሆን ይችላል። ነገር ግን አይቻልም ማለት አይደለም። እንበል እንደ የሂሳብ ፀሀፊ የፎርሙላ ትንተና በዚህ መልክ ካቀረበ ተነባቢነቱ እጅግም አያጠራጥርም።

እንበል $\omega(\nu) = \omega\nu + \eta$ ነው።

$$\begin{aligned}\omega'(\nu) &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\omega(\nu + \eta) - \omega(\nu)}{\eta} \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{[\omega(\nu + \eta) + \eta] - (\omega\nu + \eta)}{\eta} \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\omega\nu + \omega\eta + \eta - \omega\nu - \eta}{\eta} \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\omega\eta}{\eta} \\ &= \lim_{\eta \rightarrow 0} \omega\end{aligned}$$

ይህ ህተታ የተፃፈው የእኩልነትን ያሰራር ዘይቤ በመከተል ነው። ተክ የራሱ የሆነ መንገድ አለው። ነገር ግን እኩልነት ያህንን መንገድ ስለማያከብር ከዛ እንቆጠባለን። ወደ ምሳሌው እንመለስና ከይሆናል በስተቀኝ ያሉት ነገሮች በመላ ባንድ ሪጋ ተሰድረዋል። ከይሆናሉ በስተገራ ያለው ለየተተነተነ ያለው ፋንክሽን ነው። እንዲህ እይነቱ አፃፃፍ ሳንባቢው ተመቺነት ብቻ ሳይሆን መልክኛነት አለው።



አፃፃፉን በጥብቅ እንገነዘብ ዘንድ እያሌ ፎርሙላዎችን በዚህ መንገድ በተደጋጋሚ እንመለከታለን። ምናልባት አንባቢው በመመልከት ብቻ ለመረዳት ከሚሞክር ኮምፒውተርጋ ጠጋ ብሎ በተገባር ቢለማመድ ይመረጣል። በተጨማሪ በዘፈቀደ እንዲያው መሞከሩ ችግር ከፈጠረ ከመናደደትና ከመበሳጨት ተቆጥቦ መመሪያዎችን ከልብ በማንበብ የተፈለገውን አቅድ በስራ መተርጎም መልካም ልምድ ይሆናል። ለዚህ የምናገኘው ለውቀት መሰረታዊና አንደመንደርደሪያ የሚያገለግል ብቻ ነው። የሚስፋፋውና የሚያድገው ሁሉም በያቅጣጫው የበኩሉን ሲጣጣር ነው። ወደተነሳንበት እንመለስና ጠለቅ ወዳለው አፃፃፍ ከመነከራችን በፊት ቀላሎችን ከፊት ከፊት አናንሳቸው። በመጀመሪያ ፎርሙላዎች ይሰጡና ከዛ አፃፃፉ ከነማብራሪያው ይከተላል።

ምሳሌዎቹ በሙሉ የታገፉት በእሴቱን አሰራር ነው። ልዩነቱን ካሁኑ ትኩረት መስጠት ተገቢ ነው። ፎርሙላዎችን መፃፍ ስንሻ የትኛውን መንገድ የሚለውን ጥያቄ ያለ ብዙ ውጣ ውረድ ለመወሰን እይነተኛ ፍንጭ ነው።

ለማንኛውም $\lambda \in \mathcal{A}$, $\lambda.0 = 0$

$$0 + 0 = 0$$

$$(0 + 0)\lambda = 0.\lambda$$

$$\lambda(0 + 0) = \lambda.0$$

$$\lambda.0 + \lambda.0 = \lambda.0 + 0$$

$$\lambda.0 + \lambda.0 = 0 + \lambda.0$$

$$\lambda.0 = 0$$

በግራና በቀኝ ያሉትን እኩልታት የሚያዋስነው “=” ወይም የይሆናል ምልክት ነው። እንደሚታየው መሀከል ሆኖ ሌሎችን በግራና በቀኝ በሰመረ ረጋ እሰልፋለሁ። የተዘጋጀው በዚህ መልክ ነበር፦

$\backslash \mathcal{E} \text{ምር}\{\lambda \text{ኩልታት}^*\}$

$\backslash \text{ሳጥንሰራ}\{\backslash \text{ጠባ ለማንኛውም}\} \lambda \backslash \lambda \text{ፕሰሳን ተ, } \lambda : 0=0 \backslash \backslash$

$$0 + 0 \quad \& = \& 0 \backslash \backslash$$

$$(0 + 0)\lambda \quad \& = \& 0 : \lambda \backslash \backslash$$

$$\lambda(0 + 0) \quad \& = \& \lambda : 0 \backslash \backslash$$

$$\lambda : 0 + \lambda : 0 \quad \& = \& \lambda : 0 + 0 \backslash \backslash$$

$$\lambda : 0 + \lambda : 0 \quad \& = \& 0 + \lambda : 0 \backslash \backslash$$

$$\lambda : 0 \quad \& = \& 0$$

$\backslash \text{ጩርሰ}\{\lambda \text{ኩልታት}^*\}$

በዚህ አፃፃፍ እስካሁን ካየናቸው የሚለዩ ሁለት ጠባያት አሉ። አንደኛው፦ ፅሁፉ የራሱ የሆነ ክልል $\backslash \mathcal{E} \text{ምር}\{\lambda \text{ኩልታት}\}$ እና $\backslash \text{ጩርሰ}\{\lambda \text{ኩልታት}\}$ አለው። በነገራችን ላይ በክልሉ ላይ “*” ከተጨመረ የእኩልታ ተራ ቁጥር አትፃፍ ማለት ነው። ካልሆነ ግን ለያንዳንዱ መስመር የእኩልታ ተራ ቁጥር ስጥ ነው። እንደሌሎች የብር ምልክት እይጠቀምም። ሁለተኛው፦ ለያንዳንዱ መስመር የሚያልቀው በ $\backslash$ መሳሪያ ላይ ሆኖ በእሴቱ “\” ነው። የመጨረሻው ረድፍ ላይ “\” ማስገባት እይፈቀድም። በሌላ በኩል ልብ ካልገ ሶስት እምሮች አሉ—ከይሆናል በስተግራ አንድ፣ ይሆናል ራሱ ሁለት፣ ከይሆናል በስተቀኝ ሶስት ናቸው። ሶስቱን እምሮች ለመለያየት “&” በየቦታው ገብቱዋል።

$$\begin{aligned}
 \dot{u}_1 &= \lambda_{11}u_1 + \lambda_{12}u_2 + \cdots + \lambda_{1n}u_n \\
 \dot{u}_2 &= \lambda_{21}u_1 + \lambda_{22}u_2 + \cdots + \lambda_{2n}u_n \\
 &\vdots \\
 \dot{u}_n &= \lambda_{n1}u_1 + \lambda_{n2}u_2 + \cdots + \lambda_{nn}u_n
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

ማቴማቲክስ ለሰባ ገሰሱ ማስቀያ የለውም ። ለያንዳንዱ ፎርሙላ የተሰጠውን ቅጥና መልክ መጠበቅ ተገቢ ነው ። የማቴማቲክስ ውበት ባስተሳሰብ ብቻ ሳይሆን በመልክም ይገለጻል ። ይህ የልዩነት ሊኩልታ የተዘጋጀው ለንደሚከተለው ነበር ።

$\backslash \text{ጀምር}\{\text{ሊኩልታት}\}$
 $\backslash \text{ደገተ } u_1 \ \& \ = \ \& \ \lambda_ \{11\}u_1 + \lambda_ \{12\}u_2 + \backslash \text{መነጥብ} + \lambda_ \{1\}u_3 \backslash \text{ቁጥር}\lambda \backslash \backslash$
 $\backslash \text{ደገተ } u_2 \ \& \ = \ \& \ \lambda_ \{21\}u_1 + \lambda_ \{22\}u_2 + \backslash \text{መነጥብ} + \lambda_ \{2\}u_3 \backslash \backslash$
 $\backslash \text{ለነጥብ} \ \& \ \& \ \backslash \text{ለነጥብ}\backslash \text{ቁጥር}\lambda \backslash \backslash$
 $\backslash \text{ደገተ } u_3 \ \& \ = \ \& \ \lambda_ \{31\}u_1 + \lambda_ \{32\}u_2 + \backslash \text{መነጥብ} + \lambda_ \{3\}u_3 \backslash \text{ቁጥር}\lambda$
 $\backslash \text{ጨርስ}\{\text{ሊኩልታት}\}$

ሶስት በ“&” የተዋሰኑ ለምዶች ስሉ ። ለንደተሰመደው ለዲስ መስመር በ“\” ተሰጥቶታል ። የክልሉ ጠባይ ተራ ቁጥር ማስቀመጥ ነው ። ይሁን ለንጂ ካንድ ተራ ቁጥር በሳይ በያንዳንዱ መስመር ላይ ማስፈር ተፈላጊ አይደለም ። ስለሆነም ተራ ቁጥር ባስተፈለገበት መስመር “\ቁጥር\” በረድፉ መጨረሻ ተጠቅሱዋል ። \ቁጥር\ ማለት ቁጥር አትፃፍ ነው ።

፡፡

ለንዳንድ ፎርሙላዎች ካንድ መስመር በሳይ ቦታ ይወሰዳሉ ። በተለይ የደሆናል ምልክት ያላቸው ወደ ሁለተኛው መስመር ሲሄዱ ከይሆናሉ በስተቀኝ ተርታ ካልጀመሩ ዝብርቅርቅ ይላሉ ። ችግሩ ተከ ለንድ ፎርሙላ ካንድ መስመር በሳይ ከሆነ በገሉ የማጠፍ መርህ እይከተልም ። ሀሳፊነቱ የፀሀፊው ነው ። በመሆኑም ረጃጅም ፎርሙላዎች የት መታጠፍ እንዳስባቸው በፀሀፊው መታዘዝ አለበት ።

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(y + \gamma\theta) - \mathcal{L}(y) &= \lambda_0[(y + \gamma\theta)^r - y^r] + \lambda_1[(y + \gamma\theta)^{r-1} - y^{r-1}] \\
 &\quad + \cdots + \lambda_{r-1}[(y + \gamma\theta) - y]
 \end{aligned}$$

አንድ ፎርሙላ ነው ። ነገር ግን በሁሉት መስመር ተሰድረዋል ።

$$\begin{aligned} & \backslash \mathcal{E}^{\circ} C \{ \lambda \text{ኩልታት}^* \} \\ & \mathcal{L}(\gamma + \gamma \theta) - \mathcal{L}(\gamma) \ \&= \ \& \ \lambda_{-0} [(\gamma + \gamma \theta)^{\wedge} \mathcal{L} - \gamma^{\wedge} \mathcal{L}] + \lambda_{-1} [(\gamma + \gamma \theta)^{\wedge} \{ \mathcal{L} - 1 \} - \gamma^{\wedge} \{ \mathcal{L} - 1 \}] \\ & \qquad \qquad \qquad \& \qquad \& + \backslash \text{መነጥብ} + \lambda_{-} \{ \mathcal{L} - 1 \} [(\gamma + \gamma \theta) - \gamma] \\ & \backslash \text{ጨርሰ} \{ \lambda \text{ኩልታት}^* \} \end{aligned}$$

6.5.3 ማሳረጊያ

ማሳረጊያ አንዲት በልዩ ልዩ ምሳሌዎች ይህንን ምላራፍ ወደ መጨረሻ ለማዘለቅ ለንሞክራለን ። እሱ የተባሉትን ፎርሙላዎች ፅፎ ማሳየት የማይታሰብ ነው ። መሰረታዊ ያሃፃፍ ሰልቲን ከተገነዘቡ ሌላው በተሞክሮ የሚመጣ ነው ።

ሚትሪክስ፡

$$\begin{aligned} \$\$ \ \backslash \text{ቅሚትሪክስ} \{ \upsilon' \backslash \lambda \text{መ} \\ \qquad \qquad \qquad \cap' \backslash \lambda \text{መ} \} &= \backslash \text{ቅሚትሪክስ} \{ 1 \ \backslash \lambda \text{ል} \ 2 \ \& \ 1 \backslash \lambda \text{ል} \ 2 \backslash \lambda \text{መ} \\ & \qquad \qquad \qquad 1 \ \backslash \lambda \text{ል} \ 2 \ \& \ 1 \backslash \lambda \text{ል} \ 2 \backslash \lambda \text{መ} \} \\ & \backslash \text{ቅሚትሪክስ} \{ \upsilon \backslash \lambda \text{መ} \\ & \qquad \qquad \qquad \cap \backslash \lambda \text{መ} \} \ \$\$ \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \upsilon' \\ \cap' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \upsilon \\ \cap \end{pmatrix}$$

ክፍል 4.ይ፡

$$\begin{aligned} \$\$ \ \cap_{-1} &= \cap_{-0} + \{ \mathcal{L}(\gamma_{-0}, \cap_{-0}) + \mathcal{L}(\gamma_{-1}, \cap_{-0} + \mathcal{L}(\gamma_{-0}, \cap_{-0})(\gamma_{-1} - \gamma_{-0})) \\ & \qquad \qquad \qquad \backslash \lambda \text{ል} \ \{ 2 \} \} \ \{ (\gamma_{-1} - \gamma_{-0}) \} \ \$\$ \end{aligned}$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{\mathcal{L}(\gamma_0, \alpha_0) + \mathcal{L}(\gamma_1, \alpha_0 + \mathcal{L}(\gamma_0, \alpha_0)(\gamma_1 - \gamma_0))}{2} (\gamma_1 - \gamma_0)$$

ለጎራ፡

$$\begin{aligned}
 & \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, dv \, du = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv \\
 & \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, dv \, du = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv
 \end{aligned}$$

$$\int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, dv \, du = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv$$

ለጎራገና ሚትሪክስ፡

$$\begin{aligned}
 & \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, dv \, du = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv \\
 & \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, dv \, du = \int_a^b \int_c^d \mathcal{L}(u, v) \, du \, dv
 \end{aligned}$$

$$\det \begin{pmatrix} \theta_0 & \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n \\ \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \cdots & \theta_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \theta_n & \theta_{n+1} & \theta_{n+2} & \cdots & \theta_{2n} \end{pmatrix}$$

6.6 ማቴማቲክስ ምልክቶች

ማስጠንቀቂያ፡ በዚህ ክፍል የሚገኙ ምልክቶች በሙሉ በሂሳብ ስልት ስር በተግባር የሚውሉ ናቸው። ምናልባት እንዳንድ ምልክቶች ከሂሳብ ስልት ስር ውጭ ችግር ሳይፈጥሩ ጠባያቸውን አሳምረው የሚኖሩ አይጠቁም።

የግሪክ ፊደል

$\backslash$ አልፋ	α	$\backslash$ አፑታ	ι	$\backslash$ ፈርዖ	ϱ
$\backslash$ ቤታ	β	$\backslash$ ካፓ	κ	$\backslash$ ሲግማ	σ
$\backslash$ ጋማ	γ	$\backslash$ ሳምብል	λ	$\backslash$ ፋርሲግማ	ς
$\backslash$ ዴልታ	δ	$\backslash$ ሚዩ	μ	$\backslash$ ታው	τ
$\backslash$ ኤፕሰን	ϵ	$\backslash$ ኑ	ν	$\backslash$ ኦፐሰን	υ
$\backslash$ ፈርሊፕሰን	ε	$\backslash$ ኤክሳይ	ξ	$\backslash$ ፊ	ϕ
$\backslash$ ኤታ	η	$\backslash$ ፓይ	π	$\backslash$ ካይ	χ
$\backslash$ ቴታ	θ	$\backslash$ ፈርፓይ	ω	$\backslash$ ሲ	ψ
$\backslash$ ፋርቲታ	ϑ	$\backslash$ ሮ	ρ	$\backslash$ ኦሚጋ	ω

ልዩ ልዩ ምልክቶች፡

$\backslash$ aleph	$\aleph$	$\backslash$ prime	$'$	$\backslash$ forall	$\forall$
$\backslash$ hbar	$\hbar$	$\backslash$ emptyset	$\emptyset$	$\backslash$ exists	$\exists$
$\backslash$ imath	i	$\backslash$ nabla	∇	$\backslash$ neg	$\neg$
$\backslash$ jmath	j	$\backslash$ surd	$\sqrt{}$	$\backslash$ flat	$\flat$
$\backslash$ ell	ℓ	$\backslash$ top	$\top$	$\backslash$ natural	$\natural$
$\backslash$ wp	$\wp$	$\backslash$ bot	$\perp$	$\backslash$ sharp	$\sharp$
$\backslash$ Re	$\Re$	$\backslash$	$\parallel$	$\backslash$ clubsuit	$\clubsuit$
$\backslash$ Im	$\Im$	$\backslash$ angle	$\angle$	$\backslash$ diamondsuit	$\diamond$
$\backslash$ partial	∂	$\backslash$ triangle	$\triangle$	$\backslash$ heartsuit	$\heartsuit$
$\backslash$ infty	∞	$\backslash$ backslash	$\backslash$	$\backslash$ spadesuit	$\spadesuit$

ገዙፍ ለፒሬተሮች፡ ለንባብና ለሂሳብ መልክ የሚሆኑ ናቸው።

$\backslash$ ድመር	Σ	Σ	$\backslash$ bigcap	$\bigcap$	$\bigcap$	$\backslash$ bigodot	$\odot$	$\odot$
$\backslash$ prod	$\prod$	$\prod$	$\backslash$ bigcup	$\bigcup$	$\bigcup$	$\backslash$ bigotimes	$\otimes$	$\otimes$
$\backslash$ coprod	$\coprod$	$\coprod$	$\backslash$ bigsqcup	$\bigsqcup$	$\bigsqcup$	$\backslash$ bigoplus	$\oplus$	$\oplus$
$\backslash$ አገራ	$\int$	$\int$	$\backslash$ bigvee	$\bigvee$	$\bigvee$	$\backslash$ biguplus	$\uplus$	$\uplus$
$\backslash$ አይንት	$\oint$	$\oint$	$\backslash$ bigwedge	$\bigwedge$	$\bigwedge$			

ባይነሪ አሰራሮች፦

<code>\pm</code>	$\pm$	<code>\cap</code>	$\cap$	<code>\vee</code>	$\vee$
<code>\mp</code>	$\mp$	<code>\cup</code>	$\cup$	<code>\wedge</code>	$\wedge$
<code>\setminus</code>	$\setminus$	<code>\oplus</code>	$\oplus$	<code>\ominus</code>	$\ominus$
<code>\cdot</code>	$\cdot$	<code>\otimes</code>	$\otimes$	<code>\odot</code>	$\odot$
<code>\times</code>	$\times$	<code>\oslash</code>	$\oslash$	<code>\dagger</code>	$\dagger$
<code>\ast</code>	$\ast$	<code>\ddagger</code>	$\ddagger$	<code>\amalg</code>	$\amalg$
<code>\star</code>	$\star$	<code>\bigcirc</code>	$\bigcirc$	<code>\bigtriangledown</code>	$\bigtriangledown$
<code>\diamond</code>	$\diamond$	<code>\bigtriangleup</code>	$\bigtriangleup$		
<code>\circ</code>	$\circ$				
<code>\bullet</code>	$\bullet$				
<code>\div</code>	$\div$				

ጥንቃቄ አሰራሮች፦

<code>\leq</code>	$\leq$	<code>\geq</code>	$\geq$	<code>\equiv</code>	$\equiv$
<code>\prec</code>	$\prec$	<code>\succ</code>	$\succ$	<code>\sim</code>	$\sim$
<code>\preceq</code>	$\preceq$	<code>\succeq</code>	$\succeq$	<code>\simeq</code>	$\simeq$
<code>\ll</code>	$\ll$	<code>\gg</code>	$\gg$	<code>\asymp</code>	$\asymp$
<code>\subset</code>	$\subset$	<code>\supset</code>	$\supset$	<code>\approx</code>	$\approx$
<code>\subseteq</code>	$\subseteq$	<code>\supseteq</code>	$\supseteq$	<code>\cong</code>	$\cong$
<code>\sqsubset</code>	$\sqsubset$	<code>\sqsupseteq</code>	$\sqsupseteq$	<code>\bowtie</code>	$\bowtie$
<code>\in</code>	$\in$	<code>\ni</code>	$\ni$	<code>\propto</code>	$\propto$
<code>\vdash</code>	$\vdash$	<code>\dashv</code>	$\dashv$	<code>\models</code>	$\models$
<code>\smile</code>	$\smile$	<code>\mid</code>	$\mid$	<code>\doteq</code>	$\doteq$
<code>\frown</code>	$\frown$	<code>\parallel</code>	$\parallel$	<code>\perp</code>	$\perp$

አሉታዊ ጥንቃቄ አሰራሮች፦

<code>\not<</code>	$\not<$	<code>\not></code>	$\not>$	<code>\not=</code>	$\not=$
<code>\not\leq</code>	$\not\leq$	<code>\not\geq</code>	$\not\geq$	<code>\not\equiv</code>	$\not\equiv$
<code>\not\prec</code>	$\not\prec$	<code>\not\succ</code>	$\not\succ$	<code>\not\sim</code>	$\not\sim$
<code>\not\preceq</code>	$\not\preceq$	<code>\not\succeq</code>	$\not\succeq$	<code>\not\simeq</code>	$\not\simeq$
<code>\not\subset</code>	$\not\subset$	<code>\not\supset</code>	$\not\supset$	<code>\not\approx</code>	$\not\approx$
<code>\not\subseteq</code>	$\not\subseteq$	<code>\not\supseteq</code>	$\not\supseteq$	<code>\not\cong</code>	$\not\cong$
<code>\not\sqsubset</code>	$\not\sqsubset$	<code>\not\sqsupseteq</code>	$\not\sqsupseteq$	<code>\not\bowtie</code>	$\not\bowtie$

መከፈቻ ምልክቶች፡

$\backslash$ lbrack [$\backslash$ lfloor [$\backslash$ lceil [
 $\backslash$ lbrace { $\backslash$ langle <

ጀምር ምልክቶች

$\backslash$ lbrack[$\backslash$ lbrack[$\backslash$ langle< $\backslash$ langle< (! (((

መዝጊያዎች፡

$\backslash$ rbrack] $\backslash$ rfloor] $\backslash$ rceil]
 $\backslash$ rbrace } $\backslash$ rangle >

ቀሳቶች፡

$\backslash$ leftarrow	$\leftarrow$	$\backslash$ longleftarrow	$\longleftarrow$	$\backslash$ uparrow	$\uparrow$
$\backslash$ Leftarrow	$\Leftarrow$	$\backslash$ Longleftarrow	$\Longleftarrow$	$\backslash$ Uparrow	$\Uparrow$
$\backslash$ rightarrow	$\rightarrow$	$\backslash$ longrightarrow	$\longrightarrow$	$\backslash$ downarrow	$\downarrow$
$\backslash$ Rightarrow	$\Rightarrow$	$\backslash$ Longrightarrow	$\Longrightarrow$	$\backslash$ Downarrow	$\Downarrow$
$\backslash$ leftrightarrow	$\leftrightarrow$	$\backslash$ longleftrightarrow	$\longleftrightarrow$	$\backslash$ updownarrow	$\updownarrow$
$\backslash$ Lefttrightarrow	$\Leftrightarrow$	$\backslash$ Longleftrightarrow	$\Longleftrightarrow$	$\backslash$ Updownarrow	$\Updownarrow$
$\backslash$ mapsto	$\mapsto$	$\backslash$ longmapsto	$\longmapsto$	$\backslash$ nearrow	$\nearrow$
$\backslash$ hookleftarrow	$\hookleftarrow$	$\backslash$ hookrightarrow	$\hookrightarrow$	$\backslash$ searrow	$\searrow$
$\backslash$ leftharpoonup	$\leftharpoonup$	$\backslash$ rightharpoonup	$\rightharpoonup$	$\backslash$ swarrow	$\swarrow$
$\backslash$ leftharpoondown	$\leftharpoondown$	$\backslash$ rightharpoondown	$\rightharpoondown$	$\backslash$ nwarrow	$\nwarrow$
$\backslash$ rightleftharpoons	$\rightleftharpoons$				

ተጨማሪ ምልክቶች ከጥንቅ ሰዎች ጋር፡

<code>\ne</code>	$\neq$ ጠይም $\neq$	<code>\not =</code>
<code>\le</code>	$\leq$	<code>\leq</code>
<code>\ge</code>	$\geq$	<code>\geq</code>
<code>\{</code>	{	<code>\lbrace</code>
<code>\}</code>	}	<code>\rbrace</code>
<code>\to</code>	$\rightarrow$	<code>\rightarrow</code>
<code>\gets</code>	$\leftarrow$	<code>\leftarrow</code>
<code>\owns</code>	$\ni$	<code>\ni</code>
<code>\land</code>	$\wedge$	<code>\wedge</code>
<code>\lor</code>	$\vee$	<code>\vee</code>
<code>\lnot</code>	$\neg$	<code>\neg</code>
<code>\vert</code>		
<code>\Vert</code>		

ተማሪ ቤቶቹ ሚከተሉት ናቸው
አለፍ አለፍ እያልሁ አስቲ ልጥቅሳቸው ::
ሞግ ቀራንዮ ዲማ ደብረ ወርቅ
ዘለዓለም ይጉርፋል ቁጥር የለሽ ምርቅ ::
ደብረ መይ ደበንጫ ኢልያስ ዋሽራ
ሰኮላ ገሻዐባይ ውራና ድንግራ ::
ወንጨርና አጫብር ድላሎና ጉንጂ
ሊላም በብዙ አለ ጃ ይሰኛል አንጂ ::

—አለማየሁ ሞገስ፤ መልክዐ ኢትዮጵያ ([?])

ምእራፍ 7

ማውጫዎች፤ ዋቢ፤ ጥቁም

የ መፅሀፍና እንዲሁም ያንዳንድ ፅሁፎች ዝግጅት ቢያንስ ያለ ማውጫ፣ ጠቀሳ፣ ዋቢ፣ ጥቁምና ምእላድ-ቃላት የሚያከትም አይደለም። ይህ ክፍል አብይ አላማው እነዚህን ከእርሱ ጋር እንዴት እድርሳ መገንባት ይቻላል የሚለውን ጥያቄ ለመመለስ ነው።

የተለያዩ የማውጫ አይነቶች አሉ። ከነዚህ መሀከል ይዘት ማውጫ፣ ምስል ማውጫና ጠልቦም ማውጫ ይገኙበታል። ጠቀሳ፡ አርባቶችንና የገፅ ቁጥሮችን የገድ የት መሆናቸውን ባናውቅ እንድናመለክታቸው ይረዳናል። ዋቢ፡ የውጭ ዜና፣ የመረጃ፣ የእውቀት ምንጮች ያቅፋል። ጥቁም፡ እንባቢዎች አብይ ነገሮችን በመፅሀፉ ወይም በበነጻ ውስጥ በቀላሉ ለማግኘት ይችሉ ዘንድ የነገሮችን ስምና ያሉበትን ገጾች በግልፅ ይናገራል።

7.1 ማውጫዎች

ማውጫ ያንድን መፅሀፍ ወይም ሰነድ አርባት፣ ንኡስ-አርባት፣ ንኡስ-ንኡስ-አርባት፣ አፒንድክቦና የመሳሰሉትን ከነገፅ ቁጥራቸው የሚይዝ ጠልቦም ወይም ሰንጠረዥ ነው።

ማውጫ የሚለው ትእዛዝ እርሱን ማውጫ እንዲሰራ ይናገራል። ማውጫው የሚፃፈው ይህ ትእዛዝ የታየበት ገፅ ላይ ነው። እርሱ ይህን ትእዛዝ ሲመለከት ሁለት ተግባሮች ይፈፅማል። 1ኛ) በመጀመሪያው ስምሪት አርባቶችን፣ ንኡስ-

እርሱዎችን ወዘተ እና ገፅ ቁጥራቸውን ይሰበስባል። በሰብሰባው ሂደት ቅጥያው ('*.toc') የሆነ ፋይል ፈጥሮ ለየሰበሰበ ያለውን መረጃዎች ወደ ፋይሉ ይፅፋል። (2ኛ) በሁለተኛው ስምረት እርሱክ የፈጠረውን '*.toc' መሰረት በማድረግ ማውጫውን የተፈለገው ገፅ ላይ ይገነባል። ይህ አባባል አዲስ ሀሳብ ይጠቁመናል—ያም ማውጫን ለማውጣት እርሱክን ሁለት ጊዜ ማስማራትን ነው። እዚህ ማስተዋል ያለብን ማውጫውን እርሱክ በግሉ መፅሀፉ ውስጥ የተገኙትን ነገሮች ብቻ በመውሰድ መገንባቱን ነው። በሌላ አነጋገር እኛ ማውጫውን በቁጥጥ መፃፍ አይኖርብንም። ስለዚህ እርሱክ ተገባሩን ባገባብ ይፈፅም ዘንድ ሁለት ጊዜ ማስማራቱ የገድ ነው።

ያስራር መርህ፡ ተክ እያንዳንዱን ገፅ በቅደም ተከተል ለያጠናቀቀ ማለፍ መሰረታዊ አሰራሩ ነው። ለንድን ገፅ ጨርሶ ካለፈ ወደ ሁዋላ አይመለስም። ስለሆነም ማውጫንና የመሳሰሉትን ክፍሎች ለመሰራት በመጀመሪያ እርሱክ አስፈላጊ መረጃዎችን መሰብሰብ ይኖርበታል። በመጀመሪያው ስምረት ሰብሰባውን ለንደጨረሰ ወደሁዋላ ተመልሶ ማውጫውን ማውጣት አይችልም። ምክንያቱም ተክ ወደሁዋላ ገጾች አይመለስምና። ስዚህም ነው እርሱክ ባንደኛው እርከን መረጃ ሰብሰቦ ('*.toc') ፋይሉ ውስጥ እኩቶ በሁለተኛው ዙር ('*.toc') ለንደ-ማንኛውም የመፅሀፉ አካል እርሱ በመውሰድ ማውጫውን የሚገነባው።



እንባቢው ለንደሚገነዘበው አያሌ መፅሀፍት በተለይ ለትምህርት ቤት የሚፃፉት፣ ምስሎች፣ ስእሎችና ሰንጠረዦች ይገኙባቸዋል። እነዚህ አይነት አካሎችን ከንባብ ጋር ለሳክቶ ገፅ ላይ መክተብ ራሱን የቻለ አሰራር ይጠይቃል። ይህ ከሞላ ጎደል በምእራፍ አራት የተገለፀ ነው። በዚህ ክፍል መማር የምንሻው ባንድ ፅሁፍ ውስጥ ለሚገኙ ምስሎችና ጠልሰሞች የየላቸውን ማውጫ መንደፍን ነው።

ምስል ማውጫ በትእዛዝ ቅርፁ \ምስልማውጫ በመፅሀፉ ውስጥ ያሉትን ምስሎች ለንዲሁም ስእሎችን ጨምሮ ስማቸውንና የገፅ ቁጥራቸውን ይገነባል። ጠልሰም ማውጫ፡ በትእዛዝ ቅርፁ \ጠልሰምማውጫ በመፅሀፉ ውስጥ ያሉትን ሰንጠረዦች ስማቸውንና የገፅ ቁጥራቸውን ይገነባል።



እርሱክ ማውጫን ለመገንባት የተፈለገውን መረጃ የሚሰበስበው ከ\ምእራፍ \እርሱትእንደኛ፣ \እርሱትሁለተኛ፣ \እርሱትሶስተኛ፣ \እርሱትአራተኛ እና ከመሳሰሉት ነው። በተመሳሳይ እርሱክ የምስል ማውጫና የጠልሰም ማውጫን ለመገንባት መረጃ የሚሰበስበው ከ\መገለጫ ነው።

በመጀመሪያ ደረጃ እነዚህን \ምስልማውጫ የሚለውን ትእዛዝ ሲቀበል ቀደምት ተገባሩ ወደፊት የሚያከታቸውን መረጃዎች የሚሰበስብበት ፋይል መፍጠር ነው። የፋይሉም ስም ይህንን ይመስላል ‘‘*.lof’’። ለምሳሌ የሰነዱ ፋይል ስም ‘‘mybook.tex’’ ከሆነ ‘‘mybook.lof’’ ይመጣል። እነዚህ በመጀመሪያ ዙር የምስሎችን ስምና ያሉበትን ገፅ ቁጥር ይስቅማል። በሚቀጥለው ያጠራቀመውን መሰረት በማድረግ የምስሉን ማውጫ ተገቢውን አርስት ስጥቶ ይፅፋል። የጠልቦም ማውጫን በሚመለከት አሰራሩ እንደ እይነት ነው። ለውጡ፡ የጠልቦው ማውጫ ለብቻው መገንባት ስላለበት የራሱ የሆነ ፋይል ያስፈልገዋል—‘‘*.lot’’። ከዚህ በተረፈ ሁለቱ ትእዛዞች በተሰጡበት ገፅ ላይ እነዚህ የሚጠበቅበትን ይፈፅማል።

※

ይህንን ክፍል ከመዝጋታችን በፊት ሁለት ምሳሌዎችን እንመልከት። ሁለቱም ለማሳየት የሚጥኩት የ\መገልጫ ትእዛዝ አሰጣጥ ነው። ምክንያቱም ማየምስልና የጠልቦም ውጫዎች የሚገነቡት ከዚህ ትእዛዝ በሚገኘው መረጃ መሰረት ነው። በነገራችን ላይ ያንደኛው ምሳሌ ውጤት በምስል [7 :1] ሲታይ የሁለተኛው ደገሞ በሰንጠረዥ [7 :1] ላይ ይገኛል።

ምሳሌ አንድ፡

```
\xrc{ምስል}[n]
\xrc{ሰላል}(144,36)
  \qad(18,18){\h-n*{6}}
  \qad(54,18){\h-n*{12}}
  \qad(90,18){\h-n*{18}}
  \qad(126,18){\h-n*{24}}
\accn{ሰላል}
\መገለጫ{ፅልመተ-አውድማ በሩቁ}
\accn{ምስል}
```

የምስሉ መጠሪያ \መገለጫ በሚለው ትእዛዝ ስር ተሰጥቶል :: ዋናው የሚፈለገው ነገር ይህ ነው :: ከጠልሰም አንፃር ደግሞ ይህን ይመስላል ::

ምሳሌ ሁለት:

```
\ጀምር{ጠልሰም}
\ጀምር{ሰንጥር}{[|A|A|]}\ረሰመረ
  ለዘዘ & ለስተዛዘዘ & ለስተዛዘዝ|| \ረለሰምር
  ለሰረ & ለስተሳሰረ & ለስተሳሰር|| \ረለሰምር
  ለወቀ & ለስተዋወቀ & ለስተዋወቅ|| \ረለሰምር
\ጨርሰ{ሰንጥር}
\መገለጫ{ቃላት ርቢ}
\በይም{ሰንጥር}
\ጨርሰ{ጠልሰም}
```

ለዘዘ	ለስተዛዘዘ	ለስተዛዘዝ
ለሰረ	ለስተሳሰረ	ለስተሳሰር
ለወቀ	ለስተዋወቀ	ለስተዋወቅ

ጠልሰም 7:1: ቃላት ርቢ

ለማጠቃለል ስለ ምስልና ጠልሰም በተነሳ ቁጥር መረባት የሌለበት አብይ ቁምነገር—በፅሁፍ ውስጥ ምስል ወይም ሰንጠረዥ ሲጨመር መጠሪያ ወይም መገለጫ ያስፈልገዋል :: መጠሪያውን ከስር ወይም ከላይ ለስፍር ለይታውን ማስተዋወቅ ተገቢ ነው :: ለዚህም \መገለጫ የሚለውን ትእዛዝ ለንጠቀማለን :: ይህንን መገለጫ መጠቀም የሚፈቀደው በምስልና ጠልሰም ክልሎች ስር ብቻ ነው ::

7.2 ዋቢ

ዋቢ: ሀሳቦች፤ መረጃዎች፤ ምንጮች የተገኙበትን የመፅሀፍት፤ መፅሔቶች፤ ጋዜጣዎች፤ ዘገባዎች፤ የተቋዋም ዘገባዎችና ወዘተ ማለትም የፀሀፊውን ስም፤ የመፅሀፉ ወይም ወዘተ ለርስት፤ የወጣበትን ቀን፤ ያሳታሚውን ስም የሚያስቀምጥ ክፍል ነው :: የዋቢ (bibliography) ክፍል የተለያዩ ያፃፃፍ ዘይቤዎች አሉት :: ይሁን እንጂ ይህ መፅሀፍ ለየትኛውም ልዩ ድጋፍ የመስጠትና ያለመስጠት ጣጣ ውስጥ አይገባም :: ምክንያቱም ምርጫው የፀሀፊው ነውና ::



ሁለት አይነት የዋቢ አዘጋጃጆች አሉ። 1ኛው) ከዚህ በታች በተባራራው መሰረት ፀሀፊው ለእሳቱ አስፈላጊውን ነገር ሰጥቶ እሳቱ በግሉ የዋቢ ክፍል ይገነባል። 2ኛው) ለእንግሊዘኛና ለመሳሰሉት ቁጥንቁጥዎች እንዲሁም በርካታ የዋቢ ዝግጅት ለማድረግ በተጨማሪ የወደፊት የዋቢ ደታቢዝ (database) ለመጉገብ ያስችላል። ለዚህ በዝግጅቱ ጊዜ ከእሳቱ ጋር ገን ለገን በመሰለፍ ስራውን የሚያቀነባብር ሌላ ሰልት አለ። እሱም ቢቢተክ ወይም (BIBTeX) ተብሎ ይጠራል። ይህ መፅህፍ ስለሁለተኛው መንገድ እያወሳም። ይሁን እንጂ በይበልጥ ማወቅ ከተፈለገ ከBIBTeX ጋር አብረው የሚመጡትን ሰነዶች መመልከቱ አጅግ ይረዳል።

7.2.1 ዋቢን በግል መገንባት

ዋቢ ሁል ጊዜ በፅሁፍ መጨረሻ ይጣላል። መፅህፍ ከሆነ ከምዕራፎች ወይም ባጠቃላይ ከመፅሀፉ መጨረሻ በተናጠል ገፅ ይገባል። ፀሀፊው ዋቢውን በዝርዝር ተራ ቁጥር ሲያስቀምጠው ወይም ላያስቀምጠው ይችላል።

የዋቢ ክልል በ $\backslash$ ጀምር{ዋቢ} ጀምሮ $\backslash$ ጨርስ{ዋቢ} ያልቃል። በውስጡ ያሉት ዝርዝር ነገሮች $\backslash$ ዋቢተራ እንጋችነት ይመደባሉ። እሳቱ ባንፃሩ ለዋቢው ተገቢውን እርስት ይመድብና ይሰድራል።



እንበል የምንፈፈው ፅሁፍ የጥናትና የምርምር ነው። በፅሁፉ ከዚህ ቀደም በተለያዩ ሰዎች የተፃፉ ሰራዎችን ጠቅሰናል እንበል። ለዚህ የሰነዱ መጨረሻ ላይ ዋቢ መገንባት አለብን። የዋቢው አብይ አላማ ላንባቢው የጠቀሰውን ወይም ያነሳውን ነገር ምንጭ ማቅረብ ነው። ባሰራሩ ሁለት ደረጃዎች አሉ፡

1. ለተጠቀሰው ወይም ለተነሳው ነገር መለያ ቁልፍ እንሰይማለን። መለያ ቁልፉ የነገሩ መጨረሻ ላይ (አረፍተኛ ከሆነም) ይቀመጣል። ለመሰየም የምንጠቀመው ትእዛዝ $\backslash$ አመልካች ነው።
2. ዋቢውን ስንገነባ ያንድን የተጠቀሰ ወይም የተነሳ ነገር ምንጭ ለማስገባት መለያ ቁልፉን በመጨመር ስለምንጨው ተገቢው መረጃ ይፃፋል።

በተገባር ስንተረጉም ይህንን ይመስላል።

“አማገ” የሚለው ቃል ልዩ ልዩ ትርጉሞች አሉት [ደስታ]።

“አማገ” የሚለው ቃል ልዩ ልዩ ትርጉሞች አሉት
\\መልካች{ደስታ:1}።

\\ጀምር{ዋቢ}{99}

\\ዋቢተራ{ደስታ:1} ደስታ ተክለ ወልድ፤ {\\ጠባ አዲስ
ያማርኛ መዝገበ ቃላት}፤ አርቲስቲክ
ማተሚያ ቤት፤ አላሊ. 1970።

\\ጨርሰ{ዋቢ}

ዋቢ

[1] ደስታ ተክለ ወልድ፤ አዲስ ያማርኛ
መዝገበ ቃላት፤ አርቲስቲክ ማተሚያ
ቤት፤ አላሊ. 1970።

የመጀመሪያው ሀረግ \\ጀምር{ዋቢ}{99} አዲስ ክልል ከመክፈት በላይ ሌላ ተጨማሪ ትርጉም አለው። አሁም ከ“{99}” ጋር የተያያዘ ነው። እርሱም ይህን ሲያነብ በቀጥታ ለዋቢው ቅደምተከተል ተናጋሪ ቃል የሚሰጠው የሆነ ቦታ ሁለት ብቻ ነው። ቅደምተከተሉ በቁጥር ወይም በደራሲው ስም ሊደረደር ይችላል። በዚህ ምሳሌ እርሱ ራሱ ተራ ቁጥሮችን እንዲያድል አድርገናል። ፀሀፊው በይበልጥ ማስተዋል ያለበት ተጠቃሾችን ነገር ከዋቢው ጋር ለማገናኘት ይረዳ ዘንድ ተመሳሳይ የመለያ-ቁልፍ መጠቀም ማስፈለጉን ነው። ከላይ በቀረበው ምሳሌ መሰረት \\መልካች{ደስታ:1} እና \\ዋቢተራ{ደስታ:1} በሁለቱ መሀከል ያለውን ግንኙነት ያመለክታል። በመሆኑም እርሱ ለሁለቱም ተመሳሳይ የተራ ቁጥር የመሰጠት አድል ያገኛል። ይህ ካልተመዋላ ግን ስህተት ያስከትላል።

ያስረር መርህ፡ ተጠቃሾች ነገርና ዋቢው አይን ላይን እየተያዩ የሚሂዱ ነገሮች ናቸው። በሁለቱ መሀከል ያለው ግንኙነት የሚመሰረተው በግላቸው የመለያ ቁልፍ ነው። ስለሆነም አንድን ነገር ጠቅሶ ምንጩን ማመልከት ከተፈለገ ነገሩ የሰፈረበት ቦታ ላይ ለነገሩ የገሉ ቁልፍ ይሰዩ ምለታል። ዋቢ በሚገነባበት ሰአት የተጠቀሰው ነገር ምንጭ ሲቀመጥ ተመሳሳይ ቁልፍ ይመደባል። አሁን በተጠቃሽ ነገሩና በምንጩ መሀከል ግንኙነቱ በወገ ተመሰረተ ማለት ነው። ስነ-ጥናት ሲዘጋጅ እርሱ ለተጠቀሰው ነገርና ለምንጩ አንድ አይነት ቁጥር ሰጥቶ ይሰድራል።

※

ከላይ የቀረበውን ምሳሌ እንደገና ብንመለስበት፡ ያንኑ ደራሲ እንደገና ሌላ ቦታ

መጥቀስ ከተፈለገ ተጠቃሚው \መልስ{[ደስታ:1]} እና \ዋቢተራ{[ደስታ:1]} እያለ ሁለቱን በማዛመድ ይቀጥላል። በመሰረቱ የመለያ ቁልፉ እካል ማንኛውም ላይነት ሆኖ፣ አሁን፣ ወይም ሁለቱን በማደባለቅ ሊሆን ይችላል። የሚቀጥለው በተራ ቁጥር ሳይሆን የደራሲውን ስም እንደ ቅደምተከተል በመጠቀም ዋቢውን ይሰራል።

በስነ-ፅሁፍ አለም ድንቅ ቦታ
አለው \መልስ{[ደስታ:1]}።

በስነ-ፅሁፍ አለም ድንቅ ቦታ አለው[ደስታ]።

ዋቢ

\ጀምር{ዋቢ}{9999}

\ዋቢተራ[ደስታ]{[ደስታ:1]} ደስታ ተክለ ወልድ፤
{\መጠ ለዲስ ያማርኛ መዝገበ ቃላት}፤
እርቲስቲክ ማተሚያ ቤት፤ ለአሊ. 1970።

\ጨርሰ{ዋቢ}

[ደስታ] ደስታ ተክለ ወልድ፤ ለዲስ ያማርኛ
መዝገበ ቃላት፤ እርቲስቲክ ማተሚያ
ቤት፤ ለአሊ. 1970።

በዚህ መንገድ ማንኛውንም ላይነት ዋቢ መፃፍ እንዲያስፈልግ ነው። በነገሩ ራሱን ላይ ዋቢ ለመሰራት እርቲስቲክ ሁለት ጊዜ ማሰማራት ያስፈልጋል። በመጀመሪያው ስምረት እርቲስቲክ መረጃዎችን ይሰበስባል፤ በሁለተኛው ዙር ዋቢ ይገነባል። ይሁን እንጂ ከመጀመሪያው ስምረት በሁዋላ ፋይሉ ውስጥ ለውጥ ከተደረገ እርቲስቲክ እንደገና ሁለት ጊዜ ማሰማራት የገደ ነው።

7.2.2 ጥቁም

ጥቁም የመገንባቱ ተግባር በመሰረቱ ቀላል ላይደለም። እርቲስቲክ ከፀሀፊው ብዙ ድጋፍ ይሻል። ለማንኛውም ጥቁም ማለት ምን እንደሆነ በመጀመሪያ እንመለከትና አስከትሎ ወደ መሰብሰቡ፣ ማገዱና ማቀጣጠሉ እንገባለን።

ጥቁም፡ በመፅሀፍት ወይም ባንዳንድ ሰነዶች የመጨረሻ ገጾች የሚገባ ክፍል ሲሆን ይዘቱ በመፅሀፍቱ ውስጥ ያሉትን አበይት ሀሳቦችን የሚያመለክቱ ቃላትን እንዲሁም የሚገኙበትን የገፅ ቁጥሮች ይጠቁማል። ማንኛውም አንባቢ ይህንን ክፍል በመመልከት የታሰበው ቃል ወይም ቁምነገር የት እንደሚገኝ ማወቅ ይችላል። ለትምህርት አሳማ የሚዘጋጁ መፅሀፍት ጥቁም የገደ ያስፈልጋቸዋል። ምክንያቱም ባልባሌ አንባቢውን ጊዜ ከማባከን በቁርጥ ያዳናሉና።

※

ጥቁም ለመገንባት የሚያስችሉ ሁለት ገዳዎች አሉ። የትኛው ይሻላል የሚለውን ጥያቄ መመለሱ የተጠቃሚው ፈንታ ነው። ቢሆንም ሁለቱንም አሰራሮች

አጠር ባለ፣ ነገር ግን ግልፅ በሆነ ሁኔታ ከምሳሌ ጋር ለመመልከት እንሞክራለን።

1. አንደኛው ያንቡብ መንገድ ሙሉ በሙሉ በፀሀፊው ሚንቃ ላይ ይወድቃል። ማለትም አበይት ጉዳዮችን የሚመለከቱ ቃላትን ከነገሻቸው የመሰብሰብ፣ በቅደምተከተል የመደርደር፣ እንዲሁም ረድፋቸውን የመወደት ተግባር እንድትባድ በፀሀፊው መሰራት አለበት።
2. ሁለተኛው ብዙ መንገድ ለየት ይላል። ላበይት ጉዳይ መሰረት ናቸው የሚባሉት ቃላት በ\ጥቆማ\ ትእዛዝ ይታቀፋሉ። እርሳስ በመጀመሪያ ስምረቱ ስለት እንዲህን ቃላት ከነገሻቸው በመሰብሰብ በፋይል ‘*.idx’ ያክታቸዋል። አሁን makeindx የሚል ፕሮግራም በመጠቀም በ‘*.idx’ የተሰበሰቡት ቃላትና የገፅ ቁጥሮች ለእርሳስ በሚያመች ሁኔታ ይዘጋጃሉ። ቁጥሉ እርሳስን እንደገና ለሁለተኛ ጊዜ በማሰማራት የጥቁም ገንባታው ይጠናቃል።

7.2.3 ጥቁምን ከMakeindx ጋር መገንባት

ጥቁም መገንባት እያሌ እርከኖች ማለፍ ይጠይቃል። የያንዳንዱ እርከን ሂደት በጥንቃቄ መፈፀሙ ለስህተት አለመፈጠር ምክንያት ነው። እነሱን በቅደምተከተል እንደሚከተለው እናገኛቸዋለን።

1. በቀደምት መግባት ያለባቸው ትእዛዞች በቦታቸው መቀመጥ ይኖርባቸዋል፡ “makeidx” በስነጽላይነት አማራጭ ክፍል መጨመር፤ ከ\ጀምርሰን፡ በፊት “\makeindex” መክተት፤ ጥቁሙ መፃፍ ያለበት ስፍራ ወይም ገፅ ላይ “\printindex” መተከል አለበት።
2. ሀፀፊው ቀጥሎ ጥቁም ውስጥ መገባት አለባቸው ያላቸውን ሀሳቦች የሚመሩ ቃላትን ሰነዱን እዘጋጅቶ ከጨረሰ በሁዋላ መልቀም ይኖርበታል። ለዚህም የ“\ጥቆማ” ትእዛዝ ተገቢውን ስራ ያፈፅማል። እርሳስ ጥቁምን ሲገነባ መጀመሪያ የሚሰበሰበው ነገር ይህ ነው። በነገራችን ላይ ከላይ የተጠቀሱት ትእዛዞች ሳይገቡ በተለይም \makeindex ከሌለ \ጥቆማ ብቻውን ምንም እይነት ሰውጥ አያመርትም። እርሳስ ይህንን ትእዛዝ ባየ ቁጥር ፀጥ ብሎ ያልፋል።
ምሳሌ፡ \ጥቆማ{ጥቁም} ሀሳብ... ፈልጎ ለማግኘት ይረዳል።

3. ፅሁፉ ውስጥ የሚሰራው ከንዋኔ ከሞላ ጉደል ተጠናቀዋል። ተከታይ ተግባር ጥቁሙን ያዘለ ፋይል በእርሳስ አማካኝነት መፍጠር ነው። እርሳስ በመ-

ጀመሪያ ስምረቱ የጥቁም ፋይል ይፈጠራል—ሰሙም “*.idx” ቅርፅ ይኖረዋል። ለምሳሌ የመፅሀፉ የፋይል ስም “book.tex” ከሆነ የጥቁሙ ደገፍ “book.idx” ይመጣል።

4. የተፈጠረው የጥቁም ፋይል የበሰለ አይደለም። በመሆኑም ለእሱ ብቃት የለውም። ይህ ምን ማለት ነው? የፋይሉ ይዘት ተተንትኖ በትእዛዝ የተገነባ አይደለም። ለዚህ መድሀኒቱ makeindex የተባለውን ፕሮግራም ማስነሳት ነው። የፕሮግራሙ ልላላዊ እሳማ በእሱ የተፈጠረውን የጥቁም ፋይል ወስዶ አባጥሮና አንጠርጥሮ፣ ገለባውን ለይቶ፣ ተገቢውን መመሪያ እክሎ አዲስ ፋይል መፍጠር ነው። የፋይሉ ስምም “*.ind” ቅርፅ ይኖረዋል። ከላይኛው ምሳሌ እንግር “book.ind” ይመጣል።

5. ከንግዲህ በሁዋላ ያለው የመጨረሻ ሂደት ነው። የጥቁሙን ፋይል ፀሀፊው ከወደደ ስብቻው አልያም ከዋናው ፋይል ጋር አደባለቅ እሱክን ለመጨረሻ ጊዜ ያስማራል። ስህተት ካልተፈጠረ የተፈለገው የጥቁም ክፍል ይገነባል። የተፈለገው በፍራ ላይ ይቀመጣል።

ፀሀፊው በከፍተኛ ደረጃ እነዚህን ቅደምተከተሎች ማክበር ይጠበቅበታል። ገደፈት፣ ቅደምተከተሉን ማዛባት፣ መፅሀፉ ሙሉ በሙሉ ተጠናቆ ከማለቁ በፊት ጥቁሙን ለመገንባት መሻት ያልተጠበቀ ችግር ያስከትላል።



ካጭር ምሳሌ ጋር ከዚህ በላይ የተነተነውን ያሰራር ቅደምተከተል በተግባር መመልከቱ ነገሩን በይበልጥ ለመረዳት ያግዛል። ይሆንም ዘንድ “book.tex” በሚል ስም የሚከተለውን ይዘት ያቀፈ ፋይል ፈጠርን እንበል።

```
\nindex[makeidx]{ebook}
\makeindex
```

\ጀምርሰነድ

ጥቁም \ጥቁማ{ጥቁም} በመፅሀፍት ወይም በንግድ ሰነዶች የመጨረሻ ገጾች የሚገባ ክፍል ሲሆን ይዘቱ በመፅሀፍቱ ውስጥ ያሉትን አባይት ቃላት (ሀሳቦች) እንዲሁም የሚገኙበትን የገፅ ቁጥሮች \ጥቁማ{የገፅ ቁጥሮች} ይጠቁማል። ማንኛውም አንጻር ይህንን ክፍል በመመልከት የታሰበው ቃል ወይም ቁምነገር የት እንዲመገኝ ማወቅ ይቻላል። ለትምህርት \ጥቁማ{ለትምህርት} እሳማ የሚዘጋጁ መፅሀፍት ጥቁም የገድ ያስፈልጋቸዋል።

\ጥቁምፃፍ

\ጨርሰሰነድ

እሁን ባንክሮ መመልከት ያለብን፤ ቀደም ብለን ያየናቸው ትእዛዞች በመላ እዚህ ፋይል ውስጥ ይገኛሉ። ጥቁሙን ገንብቶ ለመጨረስ በተከታታይ መወሰድ ያለብቸው ርምጃዎች ባጠቃላይ ደረጃ እነሆ፦

1. እሱዝን በዚህ ፋይል ማለትም ‘‘book.tex’’ ማሰማራት፤
2. Makeindx በማሰንሳት ከ‘‘book.idx’’ ለእሱዝ ‘‘book.ind’’ ማምረት፤
3. በመጨረሻ እንደገና እሱዝን በ‘‘book.tex’’ ላይ ማሰማራት ናቸው።

በመሀከሉ እንዳንድ ችግር ካልተፈጠረ በስተቀር የታለመው ውጤት ፍሬአማ ይሆናል። በድጋሚ ለማሳሰብ ያክል ይህ አጠቃላይ የሆነ እርምጃ ነው። ከቦታ ቦታ እንዲሁም ከሰልት ሰልት ወይም ከኮምፒተር ኮምፒተር እንዳንድ ያሰራር ልዩነት መኖራቸው መዘንጋት የለበትም። ቢሆንም ቅሱ በያካባቢው መመሪያ ሰነዶች ስሉ ሚናሩ እነሱን አጣርቶ ማንበብና መረዳት ካዘቅት ያድናል። ተጠቃሚው ይህንን ያሰራር ዘይቤ አሊ የሚል ከሆነ ሁለተኛውን አማራጭ መርምሮ የሚሰማማው ከሆነ መንገዱ ክፍት ነው። ለየትኛው ተግባር የቱ ይሻላል ብሎ መመዘንም አንድ ነገር ነው። ቢለማም ቢከፋም ወደፊት እናምራ።

7.2.4 ጥቁምን በጅ መገንባት

ባርስቱ በትክክል እንደተገለፀው፤ ጥቁምን የመሰራቱ ሀላፊነት ሙሉ በሙሉ በፀሀፊው ጫንቃ ላይ ይወድቃል። ፀሀፊው ጥቁም ውስጥ የሚገኙትን ቃላትና የገፅ ቁጥራቸውን ይሰበስባል፤ ተራቸውን ያስተካክላል፤ የሚፃፉበትን ቦታ ይወስናል። የገፅ ቁጥሮችን ለማወቅ የግድ ሰነዱ ተዘጋጅቶ መጠናቀቅ አለበት። ማለትም የመልክሉ ፊደል ነጠፋው ሙሉ በሙሉ አክትሞ ቀረው ስራ ጥቁምን ማዘጋጀት ብቻ መሆን አለበት። ምናልባት ተፈላጊ ሆኖ ቃላቱ ከተሰበሰቡ በሁዋላ ለውጥ ከተደረገና የድርው የገፅ ቁጥር ከተዛባ ከሰውጡ እንፃር የተሰበሰቡት ቃላትና ገፃቸው መስተካከል አለበት።

እሱዝ ጥቁም መገንቢያ ክልል አለው። እሱም ‘‘ጥቁም’’ ተብሎ ይጠራል። እያንዳንዱ ቃል ከነገፁ በ\ተረኛ፣ \ጎሉስተረኛ ወይም \ጎንሉስተረኛ ይመራል። የቃላቱንም ሆነ የገፅ ቁጥሮች በነፊደል መቀየር፤ መለወጥ ይፈቀዳል። ምሳሌ፦

\ጀምር{ጥቁም}

|ተረኛ ሰንጠረዥ : 50

|ተረኛ ስነ-ፊደል

|ንኡስተረኛ ስነ-ፊደል መጠን፣ 22- - 23

|ንኡስተረኛ ስነ-ፊደል መጫን፣ 24- - 25

|ንኡስተረኛ ክቡር ፊደላት፣ 25

|ተረኛ ሳጥን

|ንኡስተረኛ የመስመር ሳጥን፣ 67- - 69

|ንኡስተረኛ ያንቀፅ ሳጥን፣ 70- 71

\ጨርስ{ጥቁም}

በጅ ጥቁምን መገንባት ከበድ የሚለው ቃላቱን ገጾቻቸውን ለቅሞ መፃፉ ነው። ይህ ብቻ አይደለም፤ በህተቶችና ግድፈቶች ለመስራት ያለው አድል በፊ ስለሆነ ብርቱ ጥንቃቄ ይጠይቃል። የዚህ ምሳሌ መጨረሻ ስነዱ ተዘጋጅቶ ካለቀ በሁዋላ ይህንን ይመስላል።

ሰንጠረዥ፣ 50

ስነ-ፊደል

ስነ-ፊደል መጠን፣ 22-23

ስነ-ፊደል መጫን፣ 24-25

ክቡር ፊደላት፣ 25

ሳጥን

የመስመር ሳጥን፣ 67-69

ያንቀፅ ሳጥን፣ 70-71

እንግዲህ የሁለቱን ጎጃናዎች ሚዳ፣ አቀበትና ቁልቁለት በመጠኑም ቢሆን ተጉዝን አይተናል። ፀሀፊው ከስራው ሁኔታ ጋር አመዛዝኖ የትኛው ይሻላል ብሎ መምረጥ ያለበት አሉ ነው።